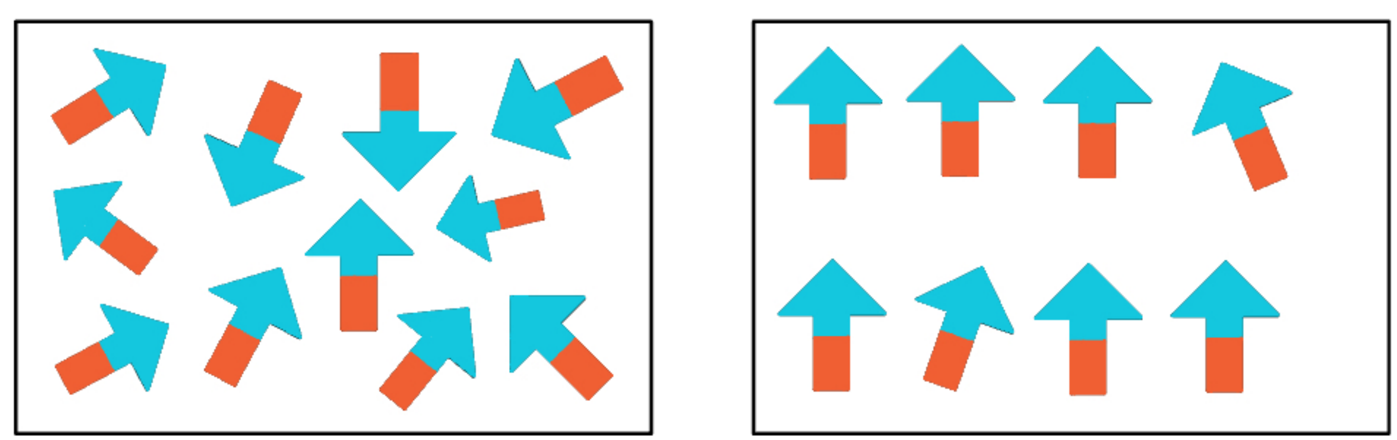
Un mondo irregolare : Cause ed Effetti della RANDOMICITÀ

Giorgio Parisi



$T \gg T_c$ $T \ll T_c$

– Incontri di Fisica Moderna – 29.10.24 – B. Costeri, P. Rinaldi

Gruppo di Fisica Matematica

Claudio Dappiaggi (PO)

Paolo Rinaldi (RTT)

Beatrice Costeri (PhD)

Luca Sinibaldi (PhD)

Alberto Bonicelli (Post-doc)

Laureandi

Magistrali (2024)

- Michele Goi
- Andrea Parpinel (Bicocca)
- Stefano Rosarin
- Matteo Savasta

Guest star ⭐

Giovanni Bracchi

Triennali (2023)

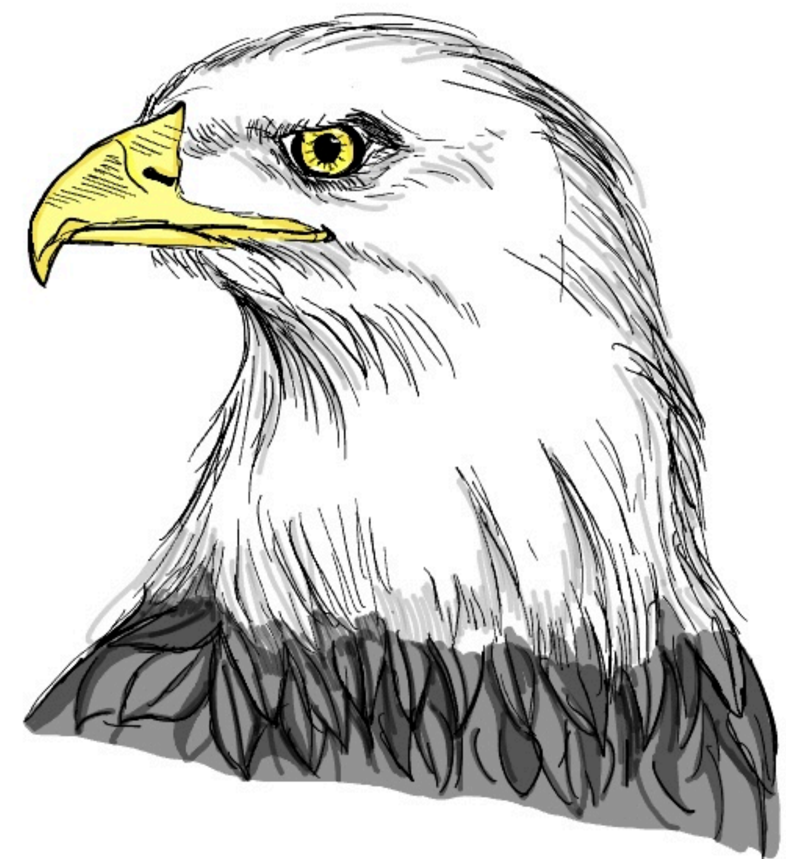
- Tommaso Brambilla
- Pietro Falzoni
- Andrea Maestri
- Giovanni Molinari
- Martina Onetti
- Carlo Andrea Rossi
- Raman Deep Singh

Triennali (2024)

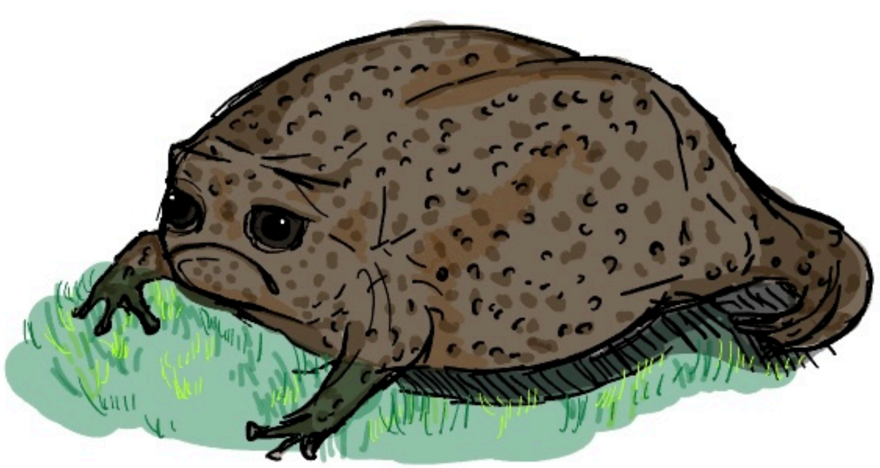
- Diego Dall'Ara
- Dario Demetri
- Alberto Ferrari
- Maria Luce Reverdito
- Samuele Spedicato
- Riccardo Tomagnelli
- Andrea Turelli

Cos'é la Fisica Matematica?

"La Fisica Matematica é conoscere
la Matematica come un' aquila conosce
la foresta. Globalmente.
Pur senza conoscere bene il singolo
stagno come una rana."



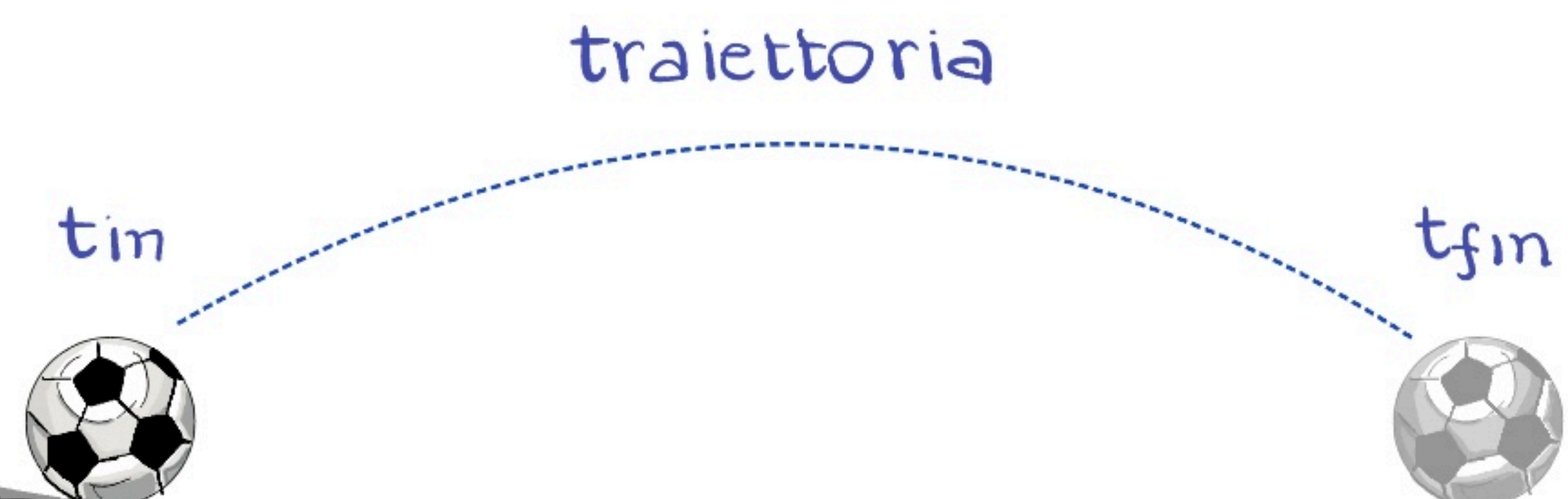
P. Rinaldi



Determinismo VS ...

- Fisica classica
  (eq. Newton...)

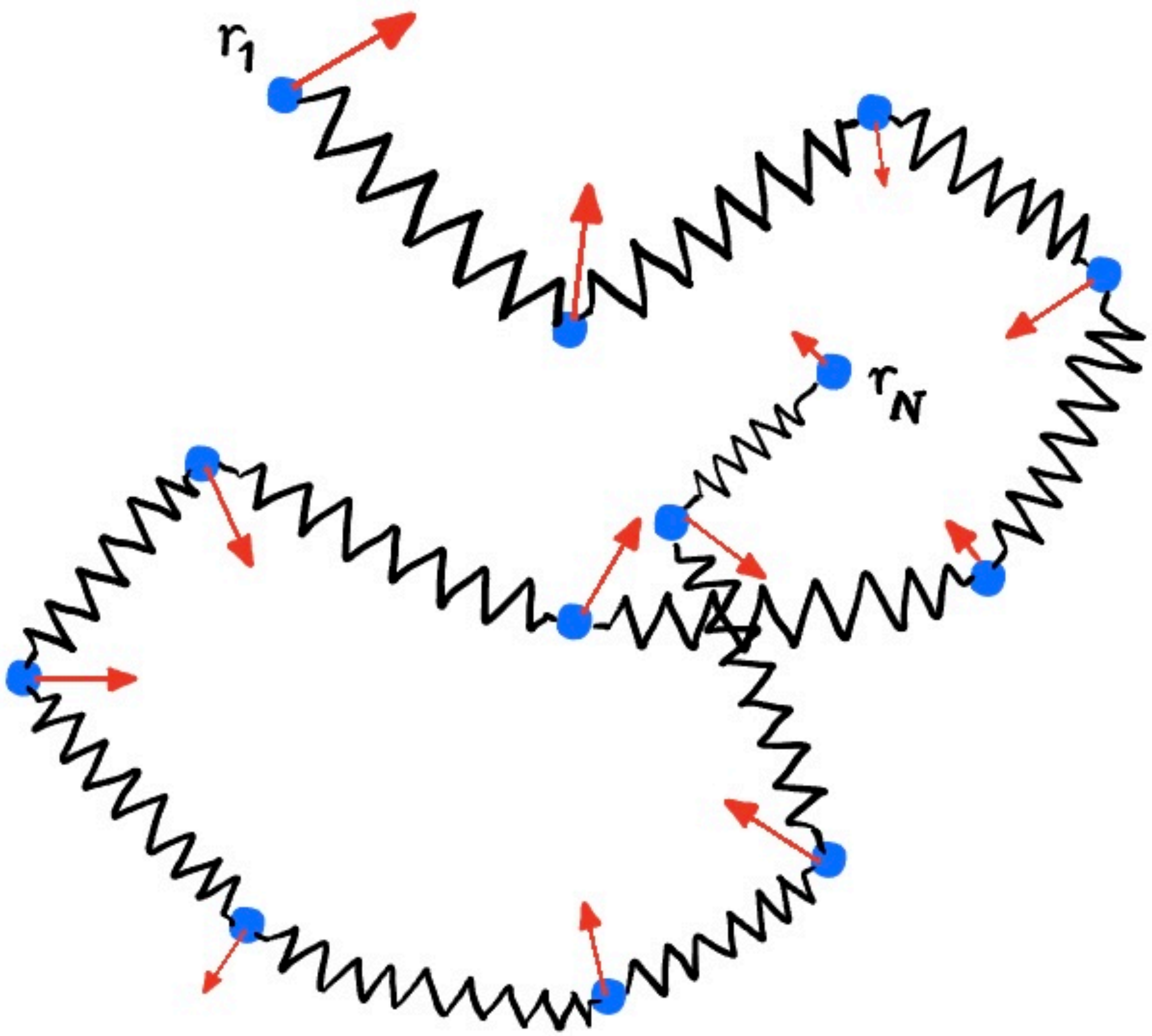
- Meccanica quantistica
  (eq. Schrödinger)



... Stocasticità

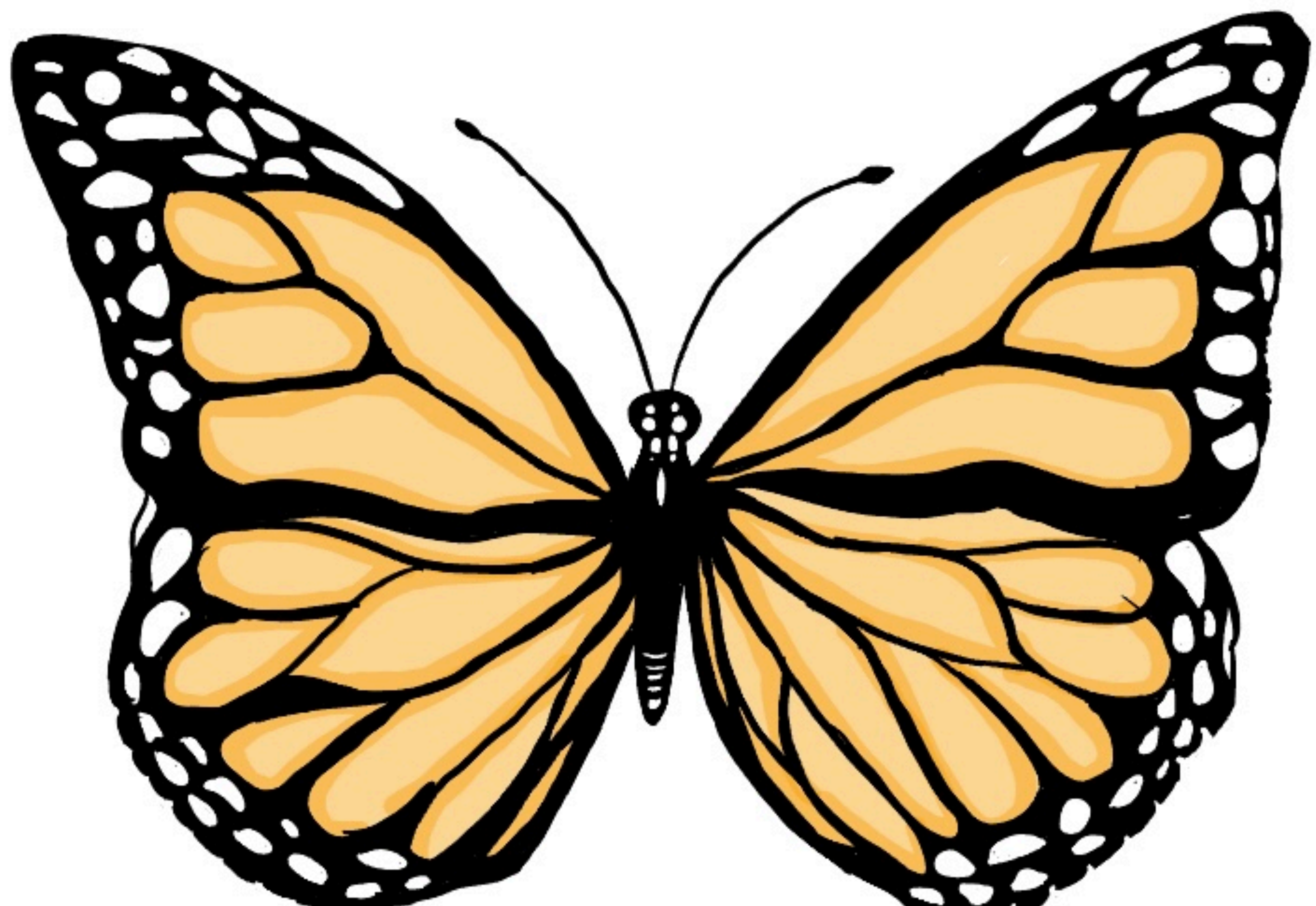
- Meccanica statistica (interazioni microscopiche $\sim 10^{23}$ molecole)

- Studio del comportamento di fluidi TURBOLENTI ...



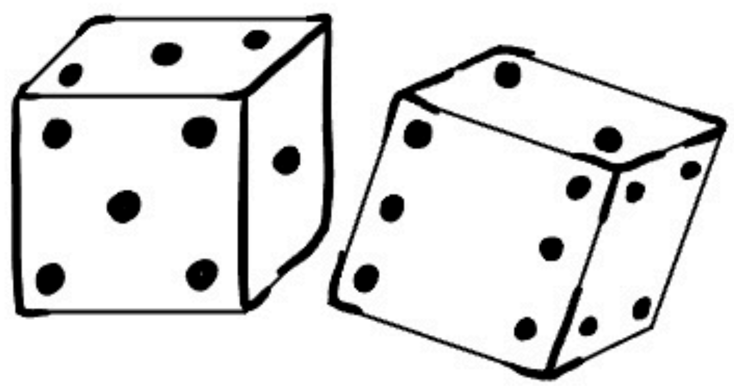
Randomicită $\neq$ Chaos

Il Chaos é DETERMINISTICO

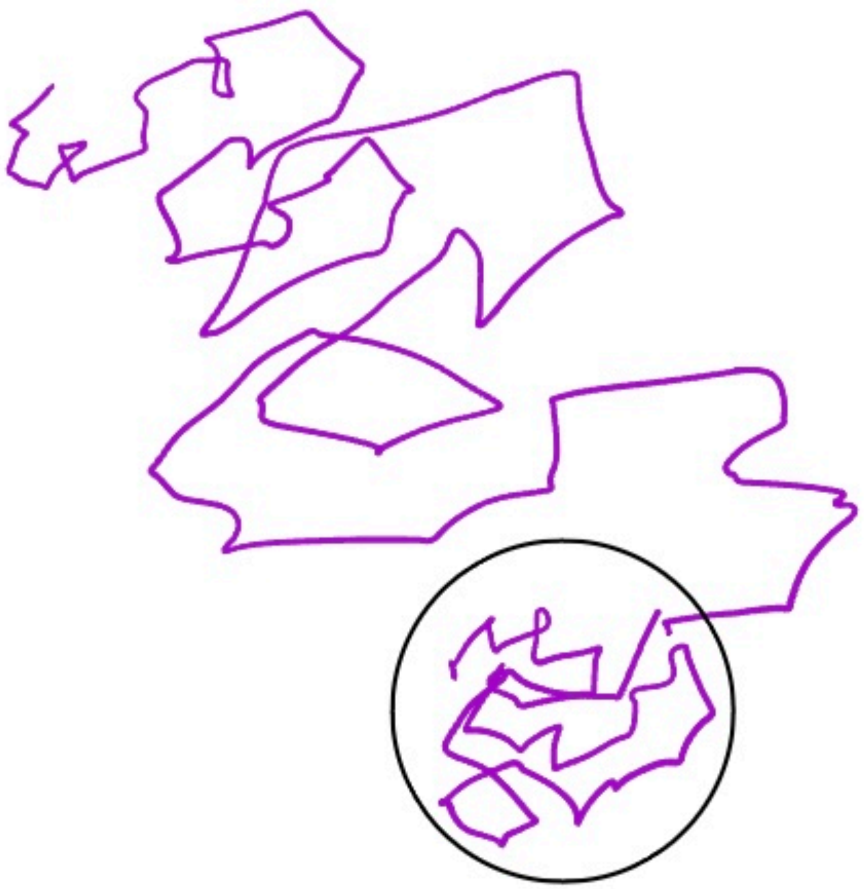


Processo stocastico

Sistema dinamico che evolve secondo una LEGGE PROBABILISTICA



Moto Browniano (I)



• Scale - invariance

$\boxed{1827}$: Robert Brown

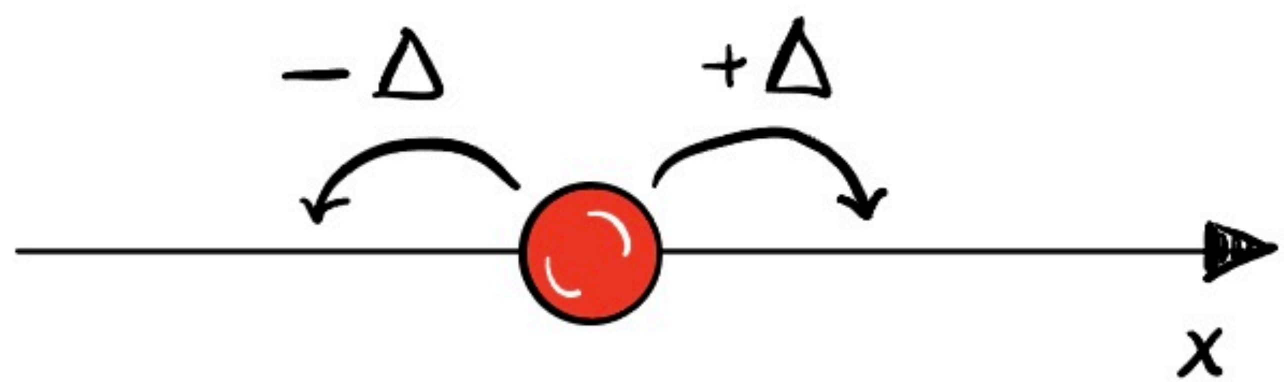
Caratteristiche:

• particelle browniane sono indipendenti

• aumenta $\begin{cases} T \nearrow \\ r \searrow \\ \eta \searrow \end{cases}$

• non ammette tangenti

Moto Browniano (II)

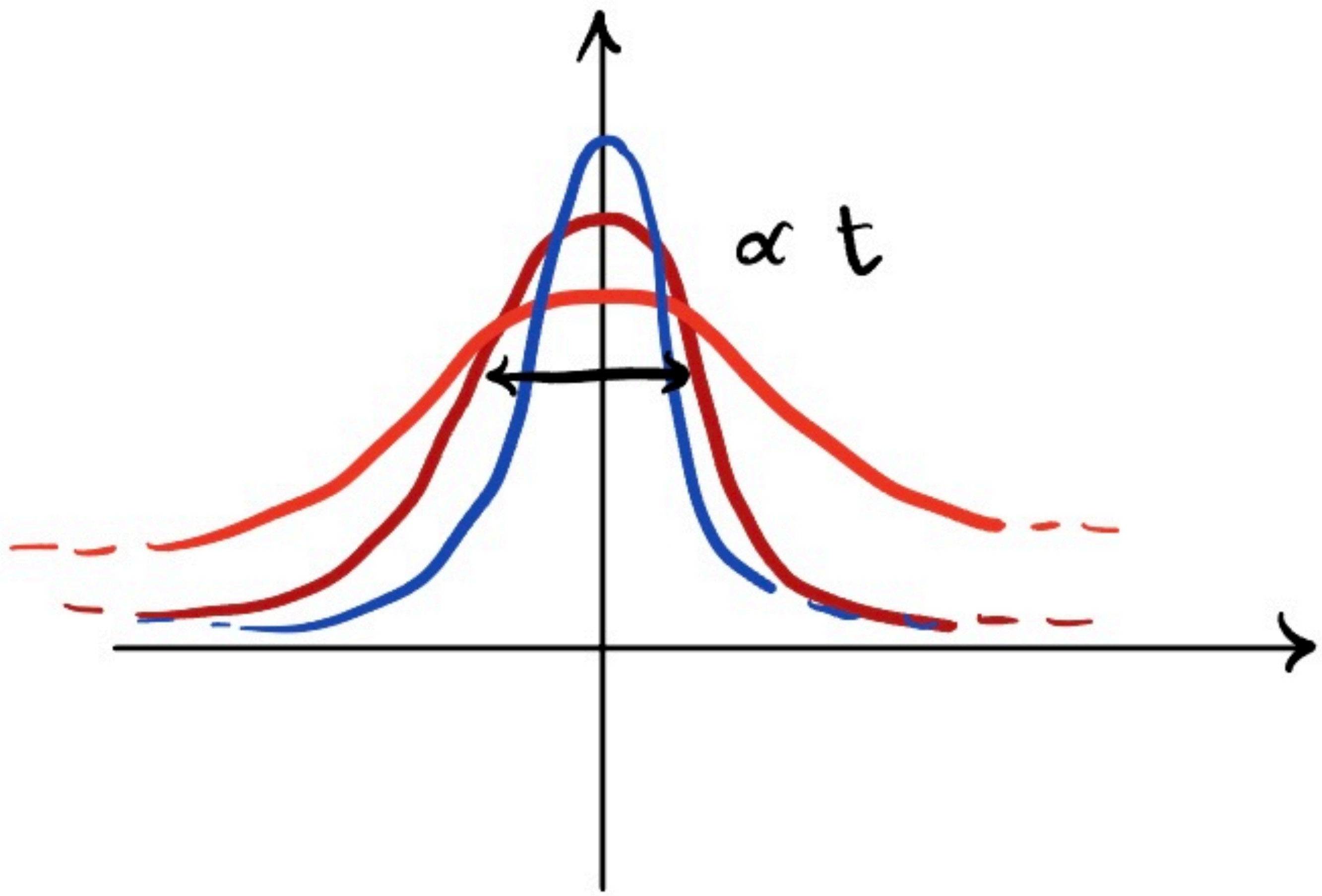


- salti $\begin{cases} \text{equiprobabili} \\ \text{indipendenti (Markov)} \end{cases}$

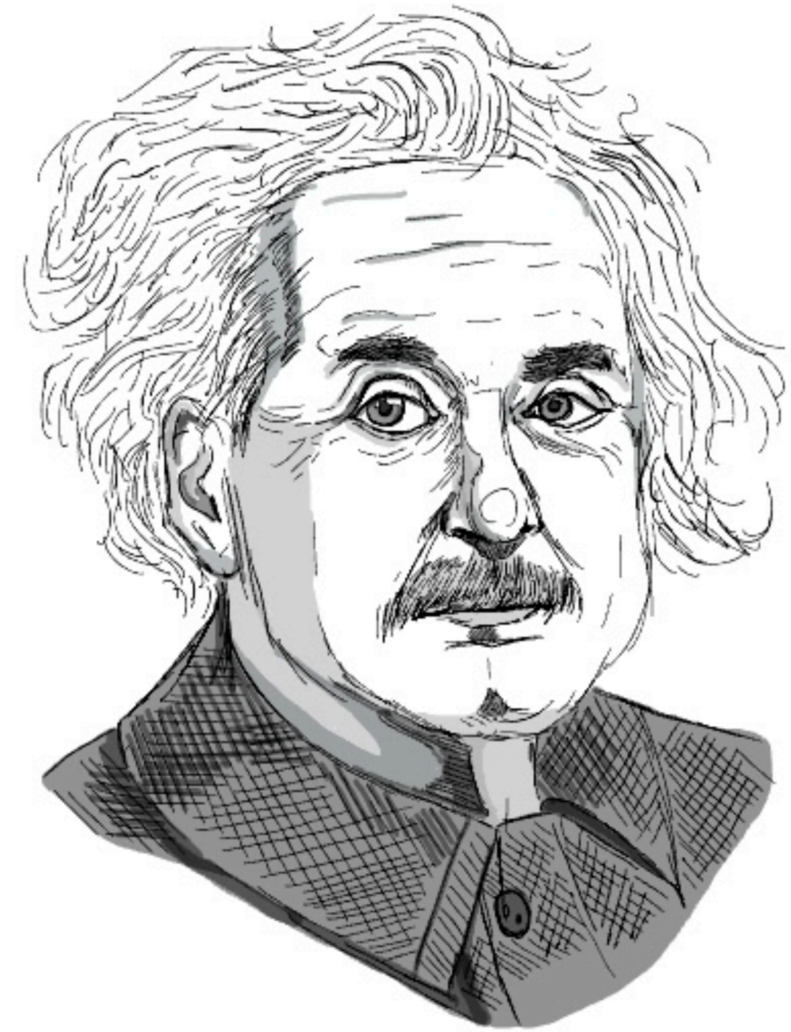
↪ Caso particolare di Random Walk (simmetrico)

Moto Browniano (III)

- La soluzione é Gaussiana



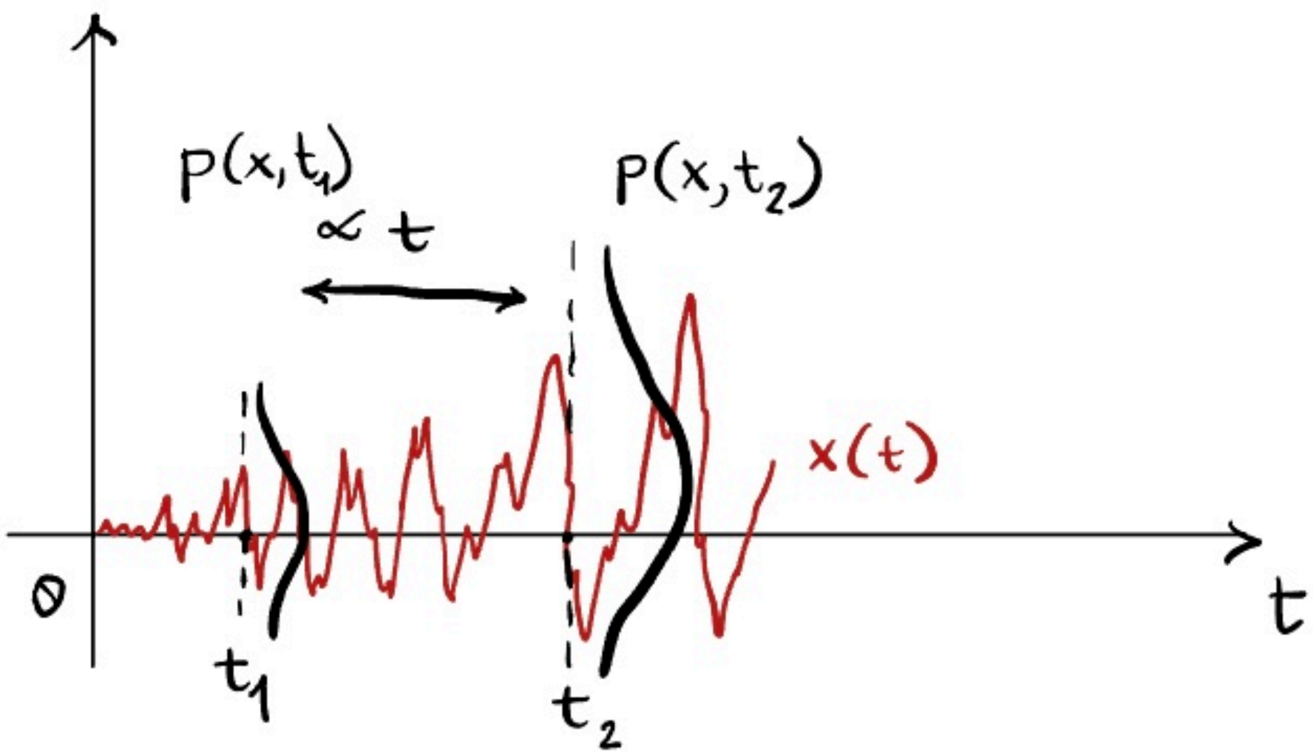
Albert Einstein (1905)



- D (coefficiente di diffusione) dipende da T, η, r.

Simulare il moto Browniano (I)

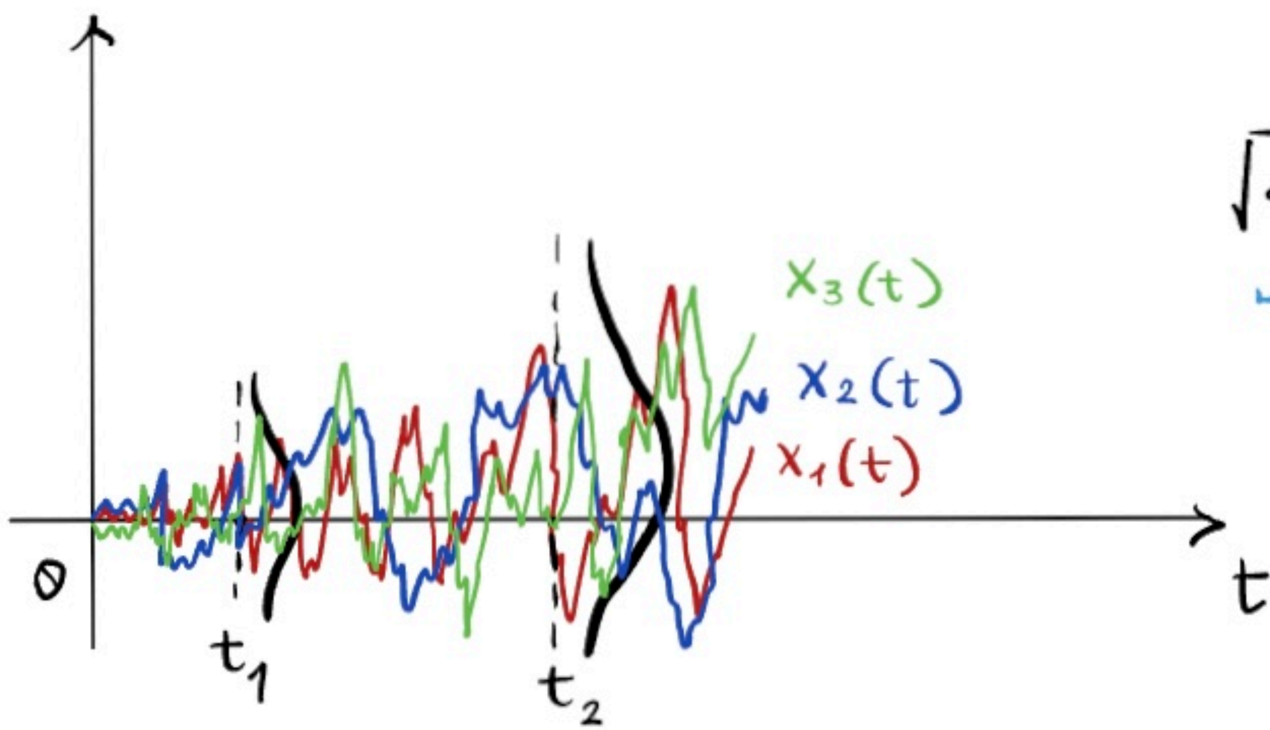
Traiettorie



- estrazione di numeri casuali da $p(x,t)$ a t fissato

Simulare il moto Browniano (II)

Probabilità



$$\underbrace{\sqrt{\langle [x(t_2)-x(t_1)]^2 \rangle}}_{\sim \lambda} \sim (t_2-t_1)^{\boxed{1/2}}$$

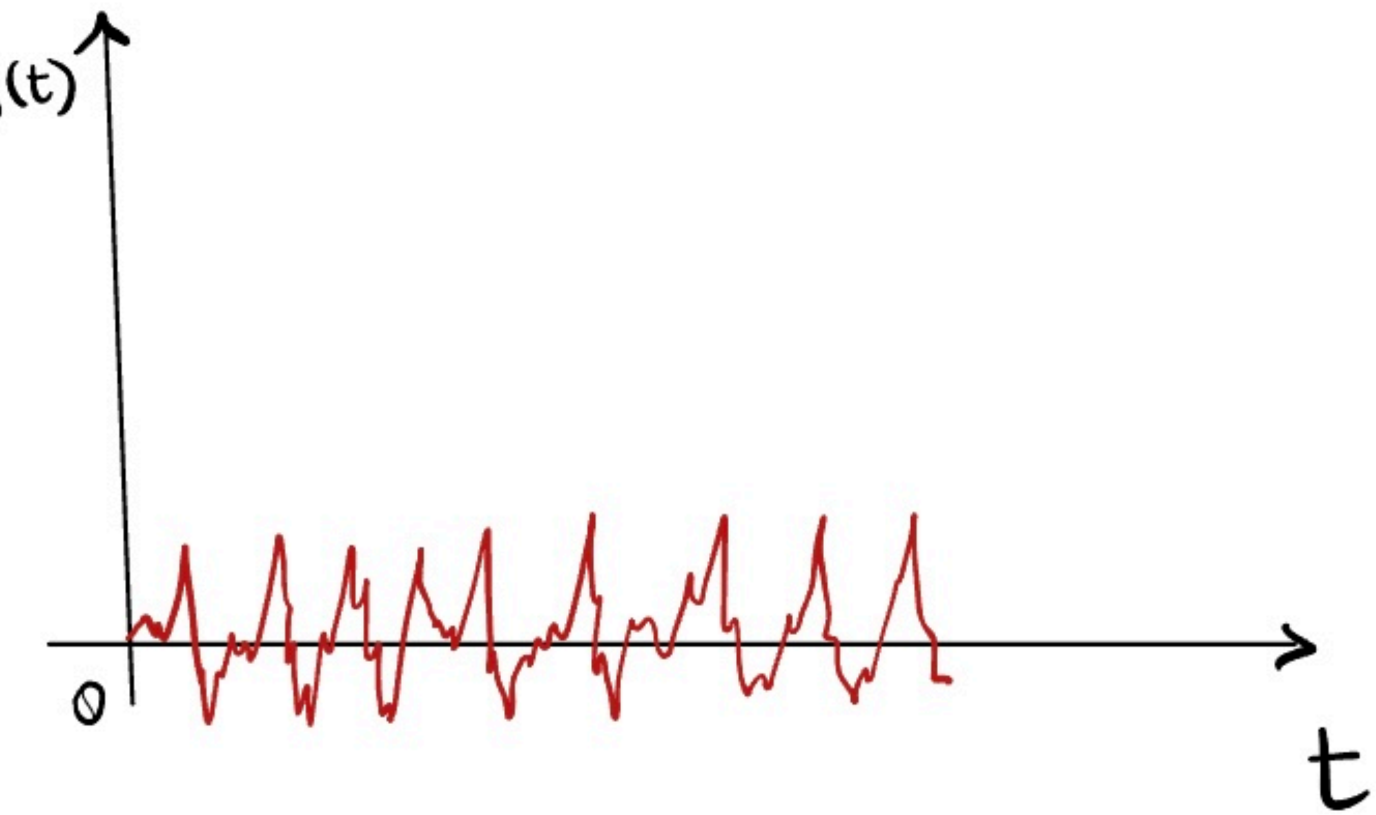
Da Einstein a Langevin

Paul Langevin (1908)

$$m \underbrace{\frac{d^2x(t)}{dt^2}}_{\text{accelerazione}} = -6\pi\eta r \underbrace{\frac{dx(t)}{dt}}_{\text{velocità}} + \underset{?}{\boxed{\xi(t)}}$$

Un mondo di Rumore

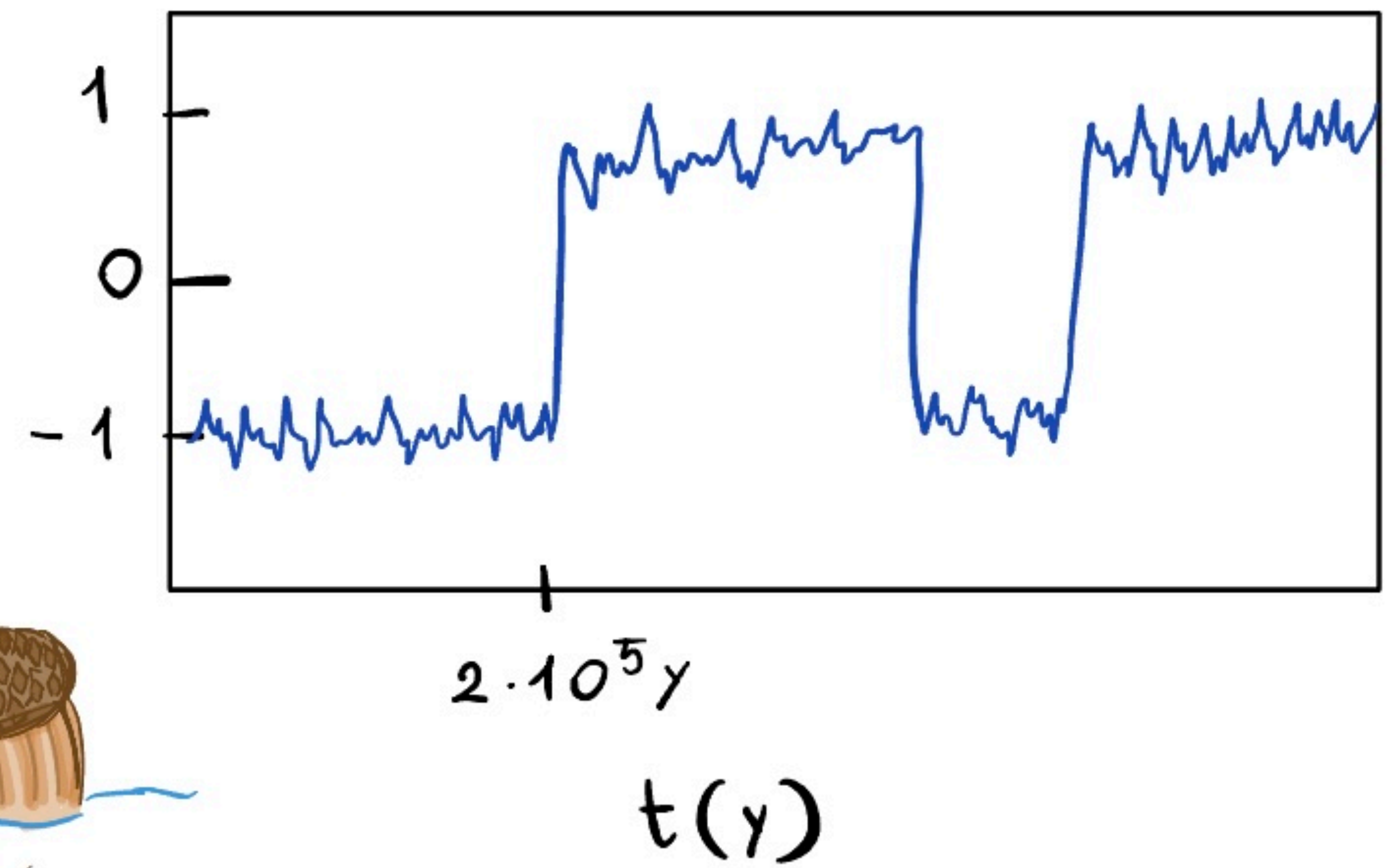
$\xi(t)$



Bianco, Gaussiano

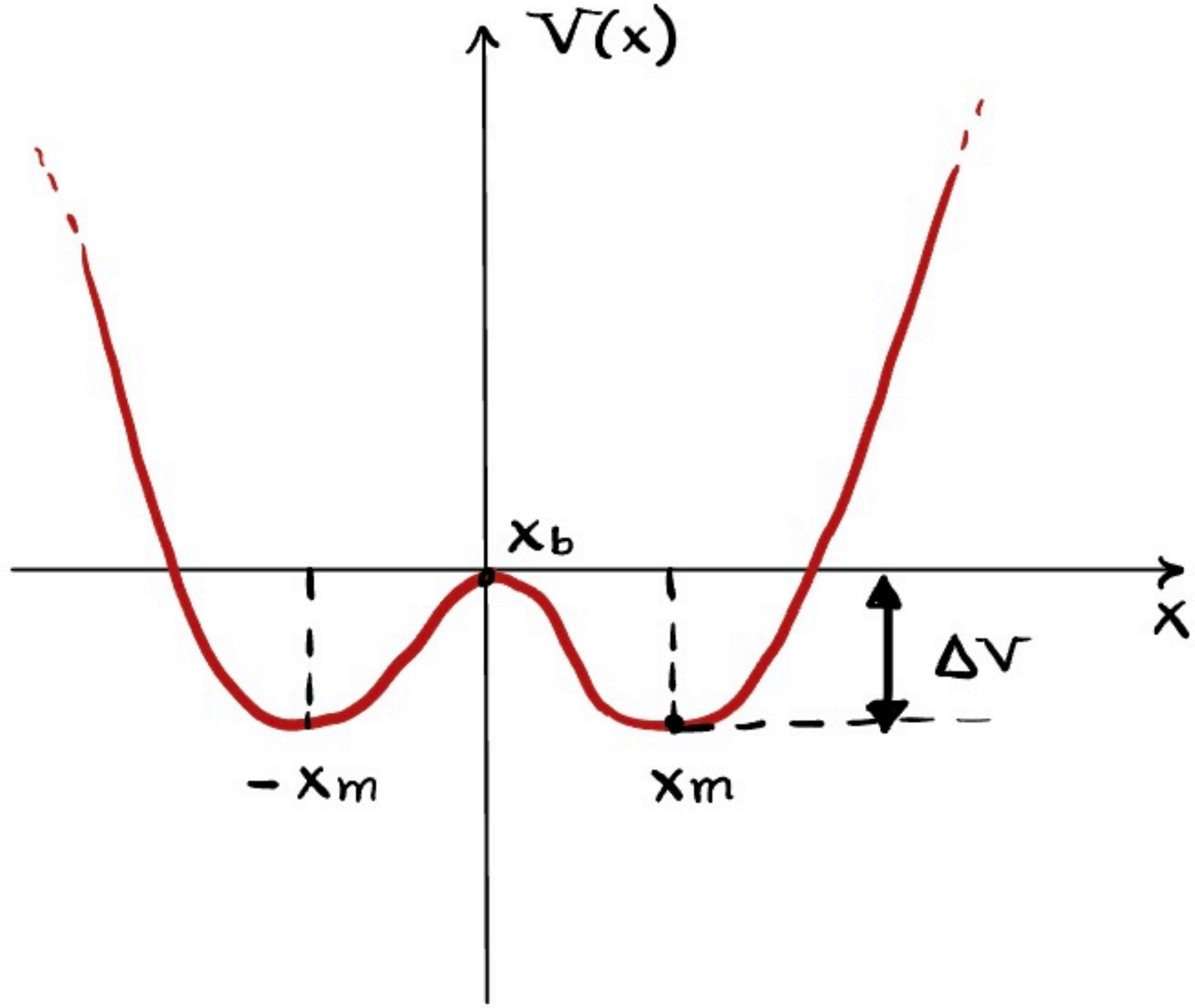
$\rightarrow$ Collisioni molecolari sono stocastiche!

ERA GLACIALE



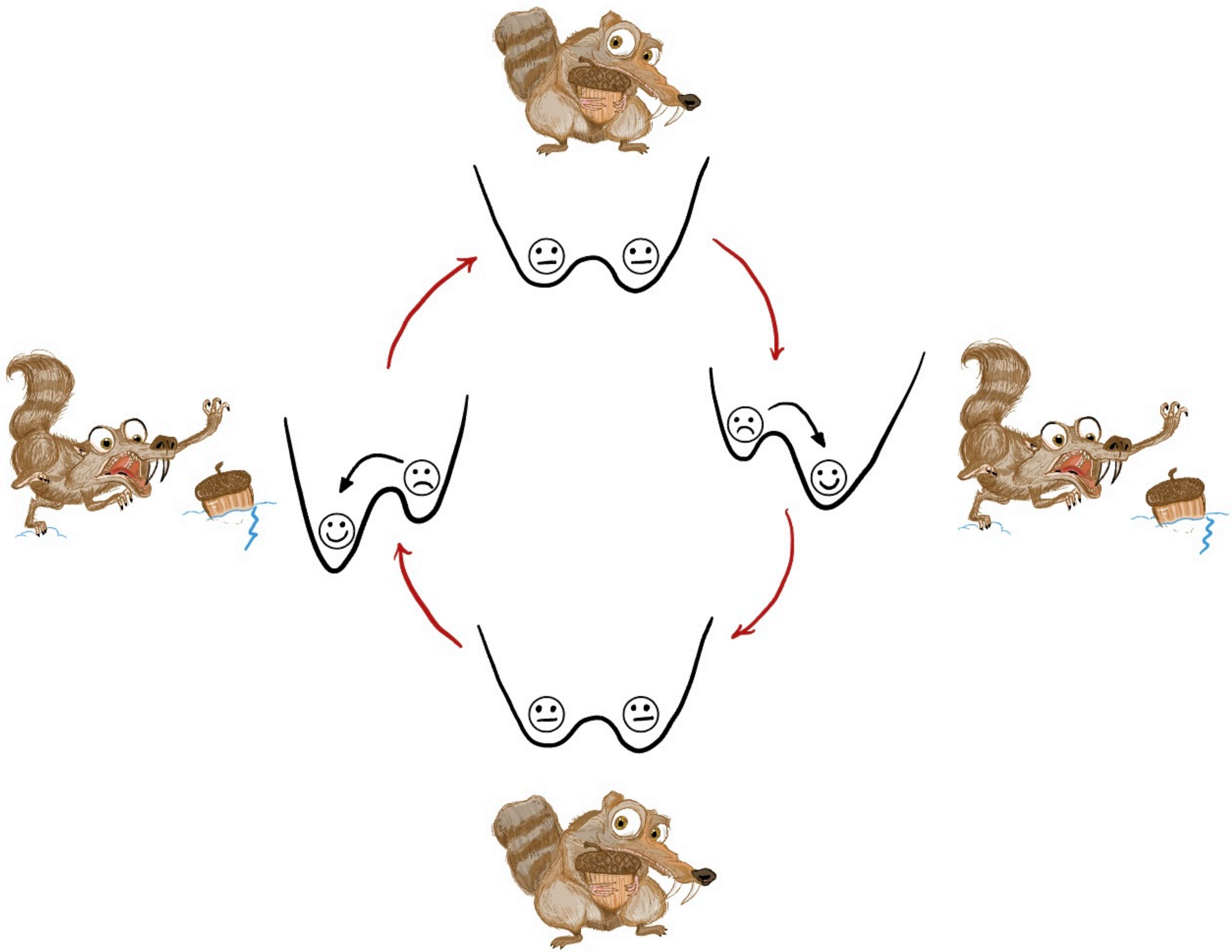
Risonanza Stocastica (I)

- Toy model



$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -m\gamma\,\frac{dx}{dt} - \frac{dV(x)}{dt} + \underbrace{m\,A_0\cos(\Omega t)}_{\text{forzante}} + \underbrace{B\,\xi(t)}_{\text{fluttuazioni stocastiche}}$$

Risonanza Stocastica (II)



Un mondo irregolare:

cause ed effetti della randomicità

by Paolo Rinaldi

Parte II: equazioni stocastiche alle derivate parziali e universalità

Incontri di fisica moderna
29 ottobre 2024

Perché ci servono le equazioni alle derivate parziali?

Perché ci servono le equazioni alle derivate parziali?

- I fenomeni fisici sono spesso descritti da equazioni differenziali
- Le grandezze fisiche di interesse spesso dipendono dallo spazio e dal tempo.

Perché ci servono le equazioni alle derivate parziali?

- I fenomeni fisici sono spesso descritti da equazioni differenziali
- Le grandezze fisiche di interesse spesso dipendono dallo spazio e dal tempo.

- **Equazione di Laplace:**

$$\Delta f(\vec{x}) = 0, \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Perché ci servono le equazioni alle derivate parziali?

- I fenomeni fisici sono spesso descritti da equazioni differenziali
- Le grandezze fisiche di interesse spesso dipendono dallo spazio e dal tempo.

- **Equazione di Laplace:**

$$\Delta f(\vec{x}) = 0, \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

- **Equazione del calore:**

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, \vec{x}) = \Delta f(t, \vec{x});$$

Perché ci servono le equazioni alle derivate parziali?

- I fenomeni fisici sono spesso descritti da equazioni differenziali
- Le grandezze fisiche di interesse spesso dipendono dallo spazio e dal tempo.

- **Equazione di Laplace:**

$$\Delta f(\vec{x}) = 0, \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

- **Equazione del calore:**

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, \vec{x}) = \Delta f(t, \vec{x});$$

- **Equazione delle onde:**

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t, \vec{x}) = \Delta f(t, \vec{x});$$

Perché ci servono le equazioni alle derivate parziali?

- I fenomeni fisici sono spesso descritti da equazioni differenziali
- Le grandezze fisiche di interesse spesso dipendono dallo spazio e dal tempo.

- **Equazione di Laplace:**

$$\Delta f(\vec{x}) = 0, \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

- **Equazione del calore:**

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, \vec{x}) = \Delta f(t, \vec{x});$$

- **Equazione delle onde:**

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t, \vec{x}) = \Delta f(t, \vec{x});$$

- **Equazione di Schrödinger**:

$$i\frac{\partial}{\partial t} f(t, \vec{x}) = \Delta f(t, \vec{x}).$$

Ma non dovevamo parlare di PDE stocastiche?

Ma non dovevamo parlare di PDE stocastiche?

Le SPDE sono PDE con **termine di sorgente aleatorio**

Ma non dovevamo parlare di PDE stocastiche?

Le SPDE sono PDE con **termine di sorgente aleatorio**

Per esempio,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t,\vec{x}) = \Delta f(t,\vec{x}) + \xi(t,\vec{x}).$$

Ma non dovevamo parlare di PDE stocastiche?

Le SPDE sono PDE con **termine di sorgente aleatorio**

Per esempio,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t,\vec{x}) = \Delta f(t,\vec{x}) + \xi(t,\vec{x}).$$

Perché le SPDE sono interessanti per un fisico?

Ma non dovevamo parlare di PDE stocastiche?

Le SPDE sono PDE con **termine di sorgente aleatorio**

Per esempio,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t, \vec{x}) = \Delta f(t, \vec{x}) + \xi(t, \vec{x}).$$

Perché le SPDE sono interessanti per un fisico?

Compaiono in <u>tre ambiti</u>:

- Fenomeni con aspetti non completamente sotto controllo: difetti, opinioni, fluttuazioni...
- Fenomeni emergenti: passaggio dal microscopico al macroscopico
- Randomicità quantistica (quantizzazione stocastica)

Dal micro al macro: giochiamo a tetris

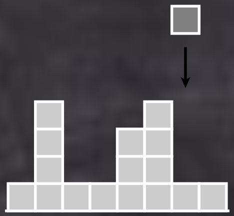
Vedremo due modelli diversi di tetris: quello **RANDOM** e quello **BALISTICO**.

Dal micro al macro: giochiamo a tetris

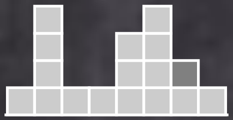
Vedremo due modelli diversi di tetris: quello **RANDOM** e quello **BALISTICO**.

Tetris Random

- Prendiamo i numeri interi come asse orizzontale (come un istogramma).
- I blocchi cadono dal cielo in modo **indipendente in ogni colonna**. I tempi di caduta sono distribuiti esponenzialmente con rate $\lambda = 1$ (per semplicità)
- Ogni blocco che cade si va a posare sopra l'ultimo caduto nella colonna

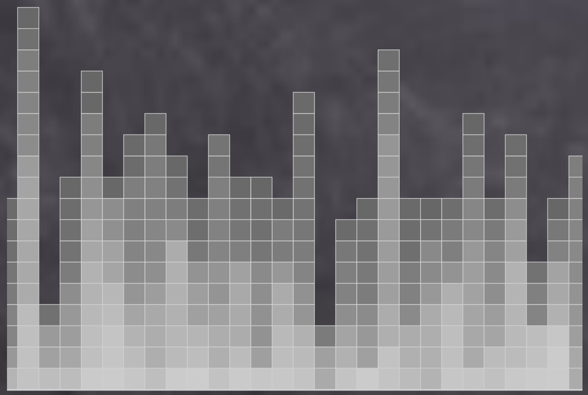


(A)

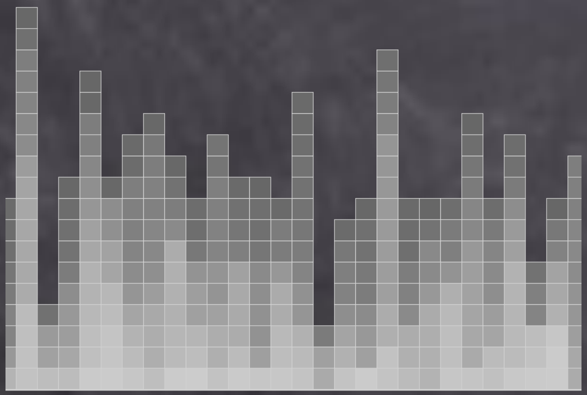


(B)

Esito del tetris random



Esito del tetris random



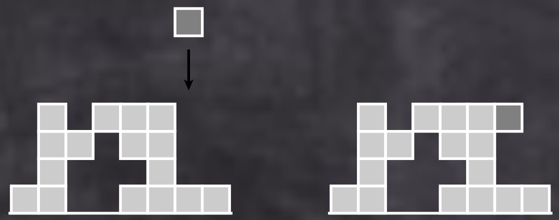
- Ogni colonna evolve nel tempo in modo **indipendente**;
- Per il **teorema del limite centrale**, l'altezza $h(t, x)$ è governata da una distribuzione Gaussiana con media proporzionale a t e fluttuazioni alla scala $t^{1/2}$.
- Notiamo così che nella figura finale ci possono essere dei salti considerevoli!
- È carino e semplice. Ma banale e poco realistico.

Cambiamo un po' le regole del gioco.

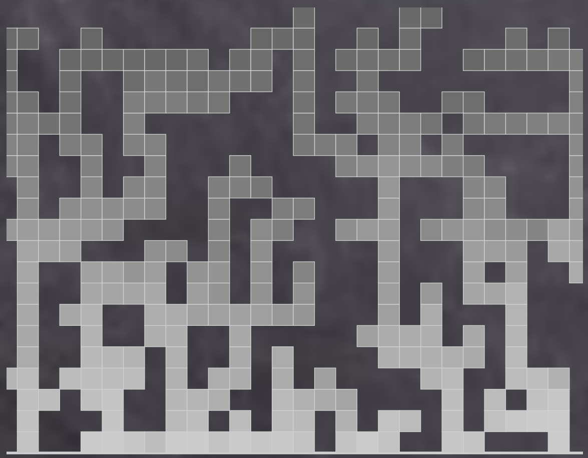
Tetris balistico

Cambiamo un po' le regole del gioco.

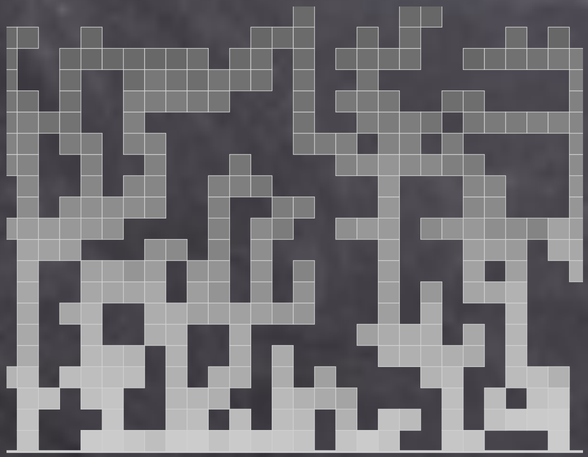
- Prendiamo i numeri interi come asse orizzontale (come un istogramma).
- I blocchi cadono dal cielo in modo **indipendente in ogni colonna**. I tempi di caduta sono distribuiti esponenzialmente con rate $\lambda = 1$ (per semplicità!)
- Ogni blocco che cade si ferma non appena è adiacente (in qualsiasi direzione!) ad un altro blocco



Esito del tetris balistico

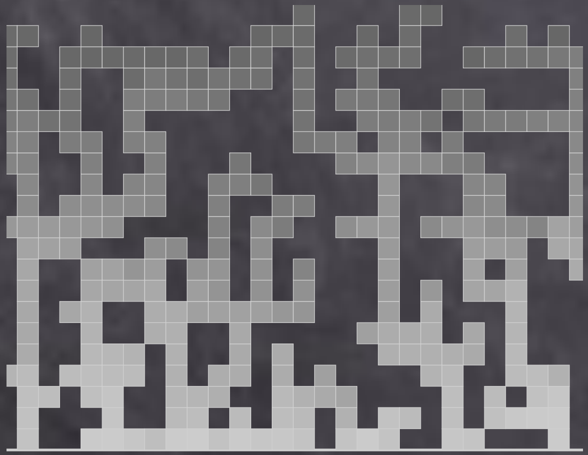


Esito del tetris balistico

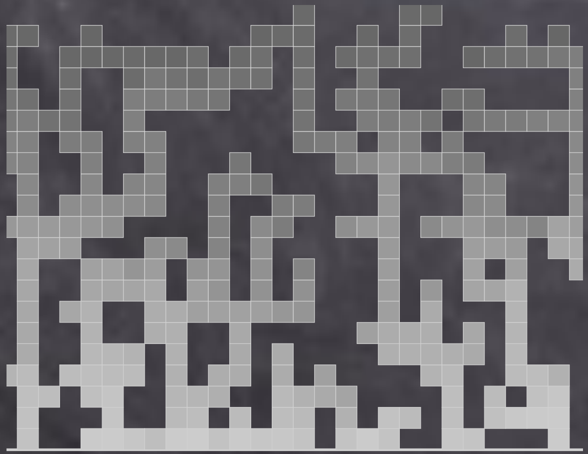


- La caduta dei blocchi è ancora indipendente tra le colonne, **la crescita delle colonne non è più indipendente**!
- **Congettura** (verificata sperimentalmente ma mai dimostrata!): crescita delle colonne proporzionale a t, con fluttuazioni alla scala $t^{1/3}$ e correlazioni alla scala $t^{2/3}$.
- Questo modello è più complicato (non esiste ad oggi una soluzione analitica!), ma è molto più realistico (descrive formazione di montagne, crescita di colonie di batteri e molto altro ancora...)

Caratteristiche importanti del tetris balistico



Caratteristiche importanti del tetris balistico



- **Località:** la funzione altezza in un punto è influenzata solo dall'altezza delle colonne vicine.
- **Smoothing:** le buche profonde tendono ad essere riempite rapidamente.
- **Dipendenza non-lineare dalla pendenza:** se abbiamo una buca profonda, la crescita dell'altezza sarà maggiore in essa.
- **Randomicità:** la caduta dei blocchi dal cielo è random e c'è indipendenza tra le colonne.

Cosa c'entra tutto ciò con le SPDE? KPZ!

Studiando modelli di crescita all'interfaccia **Kardar-Parisi-Zhang (1986)** hanno introdotto la loro equazione

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x),$$

dove ξ è un **white noise**, ovvero un rumore Gaussiano centrato e massimamente scorrelato, cioé

$$\mathbb{E}[\xi(x,t)] = 0, \qquad \mathbb{E}[\xi(x,t)\xi(x',t')] = \delta(t-t')\delta(x-x').$$

Studiando modelli di crescita all'interfaccia **Kardar-Parisi-Zhang (1986)** hanno introdotto la loro equazione

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x),$$

dove ξ è un **white noise**, ovvero un rumore Gaussiano centrato e massimamente scorrelato, cioé

$$\mathbb{E}[\xi(x,t)] = 0, \qquad \mathbb{E}[\xi(x,t)\xi(x',t')] = \delta(t-t')\delta(x-x').$$

Ma che legame c'è con il tetris balistico?

Cosa c'entra tutto ciò con le SPDE? KPZ!

Studiando modelli di crescita all'interfaccia **Kardar-Parisi-Zhang (1986)** hanno introdotto la loro equazione

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x),$$

dove ξ è un **white noise**, ovvero un rumore Gaussiano centrato e massimamente scorrelato, cioé

$$\mathbb{E}[\xi(x,t)] = 0, \qquad \mathbb{E}[\xi(x,t)\xi(x',t')] = \delta(t-t')\delta(x-x').$$

Ma che legame c'è con il tetris balistico?

Soddisfa le stesse quattro caratteristiche principali che abbiamo visto!

Caratteristiche di KPZ

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- **Località:** l'equazione è locale, nel senso che coinvolge solo operazioni locali

Caratteristiche di KPZ

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- **Località:** l'equazione è locale, nel senso che coinvolge solo operazioni locali

- **Smoothing:** l'effetto di smoothing viene dal termine $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x)$:
  - se siamo in un punto di massimo di h, allora $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) \leqslant 0$, quindi tende ad abbassarsi nel tempo.
  - Se siamo in un punto di minimo, allora $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) \geqslant 0$, quindi tende ad alzarsi nel tempo.

Caratteristiche di KPZ

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- **Località:** l'equazione è locale, nel senso che coinvolge solo operazioni locali
- **Smoothing:** l'effetto di smoothing viene dal termine $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x)$:
  - se siamo in un punto di massimo di h, allora $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) \leqslant 0$, quindi tende ad abbassarsi nel tempo.
  - Se siamo in un punto di minimo, allora $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) \geqslant 0$, quindi tende ad alzarsi nel tempo.
- **Dipendenza non-lineare dalla pendenza:** è data dal termine $\left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2$.

Caratteristiche di KPZ

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x)=\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x)+\left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2+\xi(t,x)$$

- **Località:** l'equazione è locale, nel senso che coinvolge solo operazioni locali
- **Smoothing:** l'effetto di smoothing viene dal termine $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x)$:
  - se siamo in un punto di massimo di h, allora $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x)\leqslant 0$, quindi tende ad abbassarsi nel tempo.
  - Se siamo in un punto di minimo, allora $\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x)\geqslant 0$, quindi tende ad alzarsi nel tempo.
- **Dipendenza non-lineare dalla pendenza:** è data dal termine $\left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2$.
- **Randomicità:** viene dal white noise ξ e dalle sue proprietà.

Classi di universalità

- **Congettura**: tutti i fenomeni/modelli che verificano queste quattro condizioni **convergono** a modelli in cui le fluttuazioni sono di scala $t^{1/3}$ con correlazioni di scala $t^{2/3}$.

Classi di universalità

- **Congettura**: tutti i fenomeni/modelli che verificano queste quattro condizioni **convergono** a modelli in cui le fluttuazioni sono di scala $t^{1/3}$ con correlazioni di scala $t^{2/3}$.

- Questo porta ad un concetto fondamentale della fisica moderna: il concetto di **universalità**.

Modelli microscopici "diversi" portano allo stesso modello macroscopico

Classi di universalità

- **Congettura**: tutti i fenomeni/modelli che verificano queste quattro condizioni **convergono** a modelli in cui le fluttuazioni sono di scala $t^{1/3}$ con correlazioni di scala $t^{2/3}$.

- Questo porta ad un concetto fondamentale della fisica moderna: il concetto di **universalità**.

Modelli microscopici "diversi" portano allo stesso modello macroscopico

- Esistono aspetti nel mondo microscopico che sono **irrilevanti** nel momento in cui si studia la scala macroscopica del fenomeno.

Classi di universalità

- **Congettura**: tutti i fenomeni/modelli che verificano queste quattro condizioni **convergono** a modelli in cui le fluttuazioni sono di scala $t^{1/3}$ con correlazioni di scala $t^{2/3}$.

- Questo porta ad un concetto fondamentale della fisica moderna: il concetto di **universalità**.

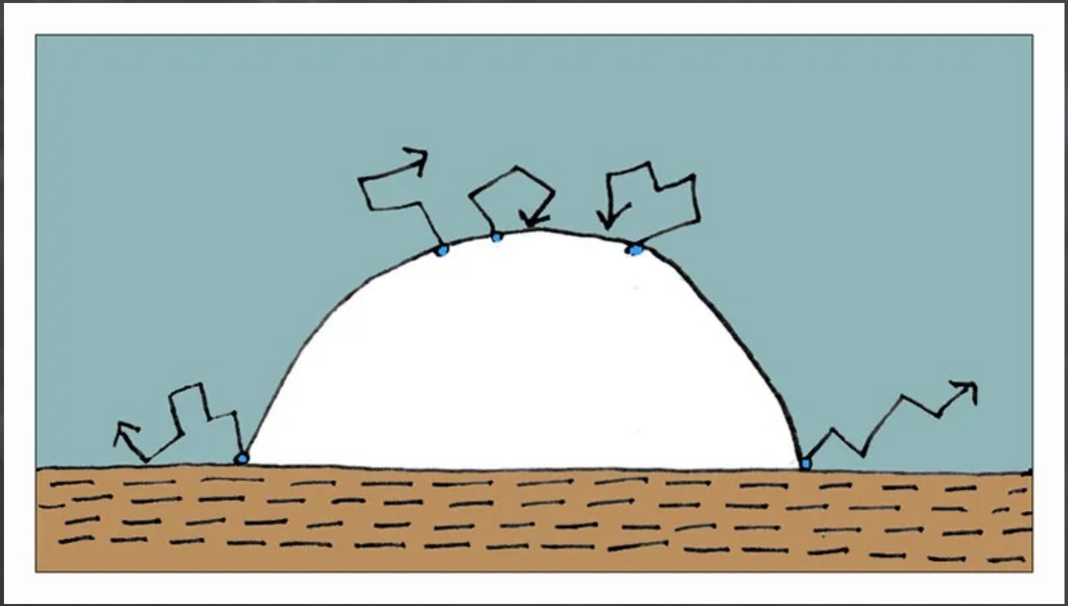
Modelli microscopici "diversi" portano allo stesso modello macroscopico

- Esistono aspetti nel mondo microscopico che sono **irrilevanti** nel momento in cui si studia la scala macroscopica del fenomeno.

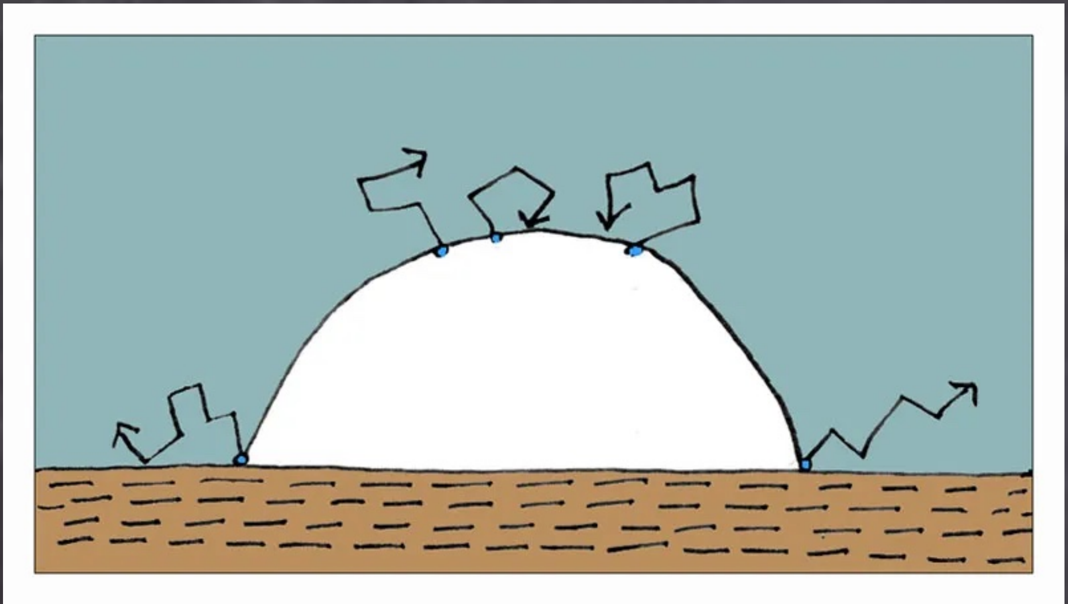
Ma vediamo un altro esempio interessante...

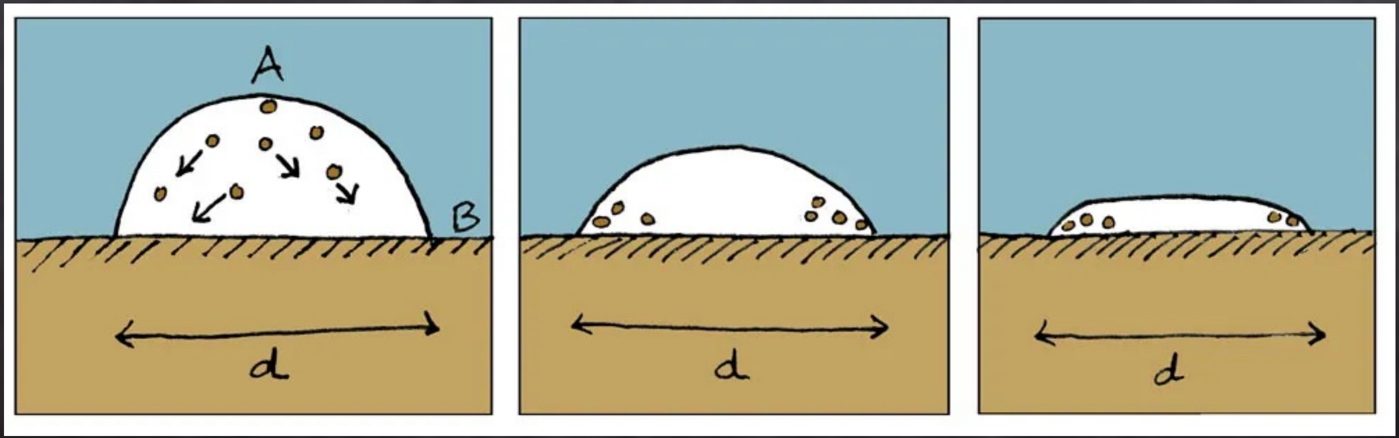
Perché le macchie di caffè formano questi anelli?

Perché le macchie di caffè formano questi anelli?



Perché le macchie di caffè formano questi anelli?





Di nuovo partiti per la tangente..che c'entra ora KPZ?

Di nuovo partiti per la tangente..che c'entra ora KPZ?

La formazione dell'anello **dipende dalla forma** delle micro-particelle sospese nel liquido.

Di nuovo partiti per la tangente..che c'entra ora KPZ?

La formazione dell'anello **dipende dalla forma** delle micro-particelle sospese nel liquido.

- Se le particelle sono **sferiche** (come per il caffè!), allora abbiamo un deposito di tipo **random**

$\Rightarrow$ **formazione dell'anello!**

La formazione dell'anello **dipende dalla forma** delle micro-particelle sospese nel liquido.

- Se le particelle sono **sferiche** (come per il caffè!), allora abbiamo un deposito di tipo **random**

$\Rightarrow$ **formazione dell'anello!**

- Se invece le particelle hanno forme più **ellissoidali**, allora abbiamo un deposito di tipo **balistico**

Di nuovo partiti per la tangente..che c'entra ora KPZ?

La formazione dell'anello **dipende dalla forma** delle micro-particelle sospese nel liquido.

- Se le particelle sono **sferiche** (come per il caffè!), allora abbiamo un deposito di tipo **random**

$\Rightarrow$ **formazione dell'anello!**

- Se invece le particelle hanno forme più **ellissoidali**, allora abbiamo un deposito di tipo **balistico**

$\Rightarrow$ **deposito più uniforme e comportamento di tipo KPZ!**

Ma torniamo all'equazione di KPZ...

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

Ma torniamo all'equazione di KPZ...

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- Questa equazione non è innocua!
- Ci sono voluti **30 anni** per capire come studiarla (nel capirlo è nato un nuovo ambito di ricerca + medaglia Fields nel 2014).

Ma torniamo all'equazione di KPZ...

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- Questa equazione non è innocua!
- Ci sono voluti **30 anni** per capire come studiarla (nel capirlo è nato un nuovo ambito di ricerca + medaglia Fields nel 2014).
- Quale è il problema?

Ma torniamo all'equazione di KPZ...

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- Questa equazione non è innocua!
- Ci sono voluti **30 anni** per capire come studiarla (nel capirlo è nato un nuovo ambito di ricerca + medaglia Fields nel 2014).
- Quale è il problema?

Il problema è matematico (ma anche fisico, molto più di quanto si possa pensare!).

Ma torniamo all'equazione di KPZ...

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- Questa equazione non è innocua!
- Ci sono voluti **30 anni** per capire come studiarla (nel capirlo è nato un nuovo ambito di ricerca + medaglia Fields nel 2014).
- Quale è il problema?

Il problema è matematico (ma anche fisico, molto più di quanto si possa pensare!).

Come abbiamo visto, il rumore ξ è un oggetto **molto irregolare** $\Rightarrow$ **anche la soluzione** h **lo è!**

Ma torniamo all'equazione di KPZ...

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- Questa equazione non è innocua!
- Ci sono voluti **30 anni** per capire come studiarla (nel capirlo è nato un nuovo ambito di ricerca + medaglia Fields nel 2014).
- Quale è il problema?

Il problema è matematico (ma anche fisico, molto più di quanto si possa pensare!).

Come abbiamo visto, il rumore ξ è un oggetto **molto irregolare** $\Rightarrow$ **anche la soluzione** $\boldsymbol{h}$ **lo è!**

In breve: h non è derivabile $\Rightarrow$ l'equazione non ha senso per via della non-linearità $\left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2$

Ma torniamo all'equazione di KPZ...

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$

- Questa equazione non è innocua!
- Ci sono voluti **30 anni** per capire come studiarla (nel capirlo è nato un nuovo ambito di ricerca + medaglia Fields nel 2014).
- Quale è il problema?

Il problema è matematico (ma anche fisico, molto più di quanto si possa pensare!).

Come abbiamo visto, il rumore ξ è un oggetto **molto irregolare** $\Rightarrow$ **anche la soluzione h lo è!**

In breve: h non è derivabile $\Rightarrow$ l'equazione non ha senso per via della non-linearità $\left(\frac{\partial}{\partial x}h(t,x)\right)^2$

Soluzione: **rinormalizzazione**, ma questa è un'altra (complicatissima) storia...

Riassunto

- Abbiamo visto che le SPDE nascono da varie situazioni:

Riassunto

- Abbiamo visto che le SPDE nascono da varie situazioni:
  - Modelli in cui non tutte le variabili sono sotto controllo;
  - Modelli emergenti (KPZ);
  - Costruzione di teorie quantistiche (non ne ho parlato $\rightsquigarrow$ quantizzazione stocastica)

Riassunto

- Abbiamo visto che le SPDE nascono da varie situazioni:
  - Modelli in cui non tutte le variabili sono sotto controllo;
  - Modelli emergenti (KPZ);
  - Costruzione di teorie quantistiche (non ne ho parlato $\rightsquigarrow$ quantizzazione stocastica)
- Sono equazioni studiate in matematica ma:

Riassunto

- Abbiamo visto che le SPDE nascono da varie situazioni:
  - Modelli in cui non tutte le variabili sono sotto controllo;
  - Modelli emergenti (KPZ);
  - Costruzione di teorie quantistiche (non ne ho parlato $\rightsquigarrow$ quantizzazione stocastica)
- Sono equazioni studiate in matematica ma:
  - nascono da modelli fisici;
  - necessitano di strumenti ideati in fisica (*e.g.*, rinormalizzazione) per essere analizzate.

Riassunto

- Abbiamo visto che le SPDE nascono da varie situazioni:
  - Modelli in cui non tutte le variabili sono sotto controllo;
  - Modelli emergenti (KPZ);
  - Costruzione di teorie quantistiche (non ne ho parlato $\rightsquigarrow$ quantizzazione stocastica)
- Sono equazioni studiate in matematica ma:
  - nascono da modelli fisici;
  - necessitano di strumenti ideati in fisica (*e.g.*, rinormalizzazione) per essere analizzate.

Grazie per l'attenzione

- **Persone e contatti:**
  - Claudio Dappiaggi (PO) $\rightsquigarrow$ claudio.dappiaggi@unipv.it
  - Paolo Rinaldi (RTT) $\rightsquigarrow$ paolo.rinaldi@unipv.it
  - Beatrice Costeri (dottoranda) $\rightsquigarrow$ beatrice.costeri01@universitadipavia.it
- **Temi di ricerca:**
  - Fisica dei buchi neri;
  - Metodi matematici e teoria quantistica $\rightsquigarrow$ teoria algebrica dei campi, rinormalizzazione...;
  - Aspetti probabilistici e analitici in
    - Teoria quantistica dei campi $\rightsquigarrow$ quantizzazione stocastica;
    - Sistemi complessi (SPDE...)