



Dream and nightmare

(15 minutes of mathematical physics)

-

Claudio Dappiaggi

Chi e Come?

Staff (tempo indeterminato)

- 1) Mauro Carfora (PO)
- 2) Annalisa Marzuoli (PA)
- 3) Io (RU)

Dottorandi

- 1) Marco Benini (secondo anno)
- 2) Dimitri Marinelli (terzo anno)

Laureandi (magistrali)

- | | |
|-----------------|---------------------------------------|
| 1) Sara Riccò | 3) Gabriele Nosari (detto „il Cospi“) |
| 2) Simone Murro | 4) Micol Previde Massara |

Le nostre collaborazioni

Abbiamo collaborazioni (inter)nazionali su diversi temi

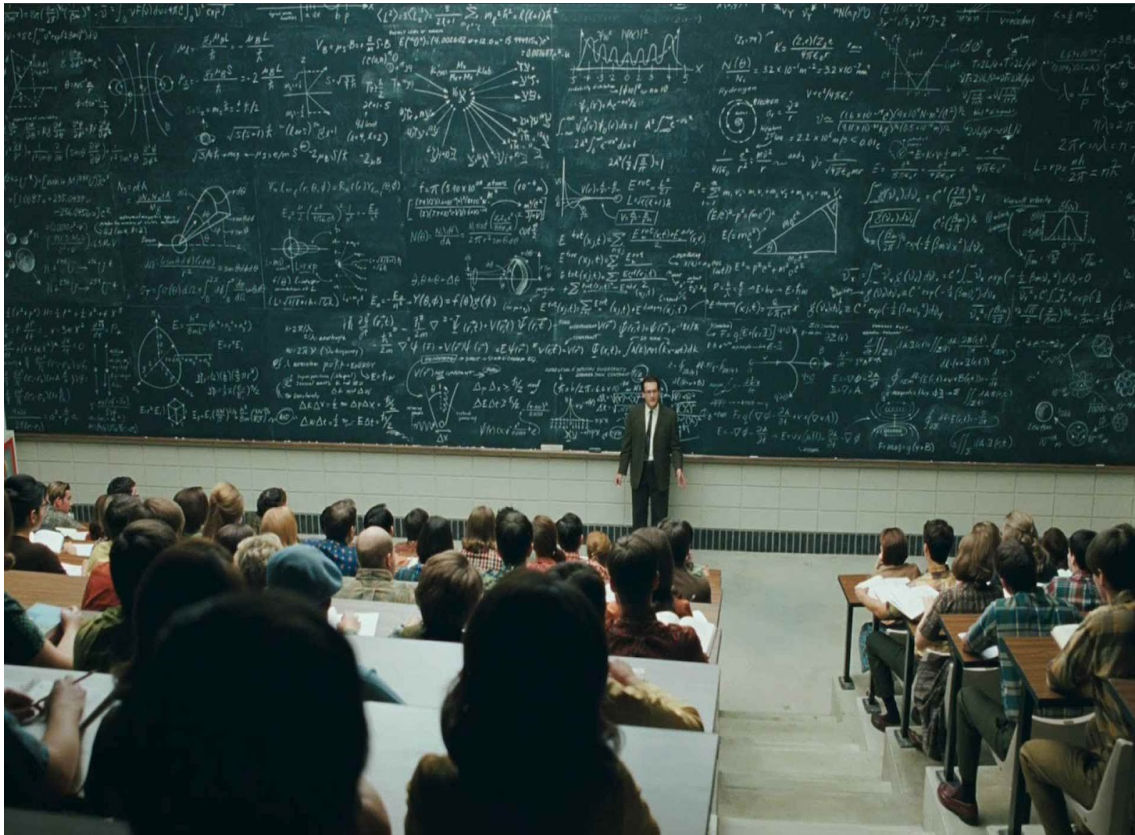
- **Amburgo (Desy), Genova, Trento** – QFT: costruzione ed applicazioni soprattutto in cosmologia
- **Genova, Chicago (EFI), York (UK), Wuppertal (D)** - teorie di gauge
- **Vienna (ESI) e Durban (Sud Africa)** – geom. NC e AQFT
- **Lione (F)** – Flussi di Ricci e cosmologia
- **Perugia e Torino (ISI)** – TFT e sistemi condensati

- Abbiamo anche stretti contatti con, Roma 1 & 2, Berkley (USA), Potsdam, Lipsia, Würzburg, Gottinga (D), Cracovia (Pl), Parigi VI (F), Kyoto & Tokyo (JP), San Paolo (Brasile)

Non vi piace viaggiare? Mestiere sbagliato!



L'immagine che avete di noi



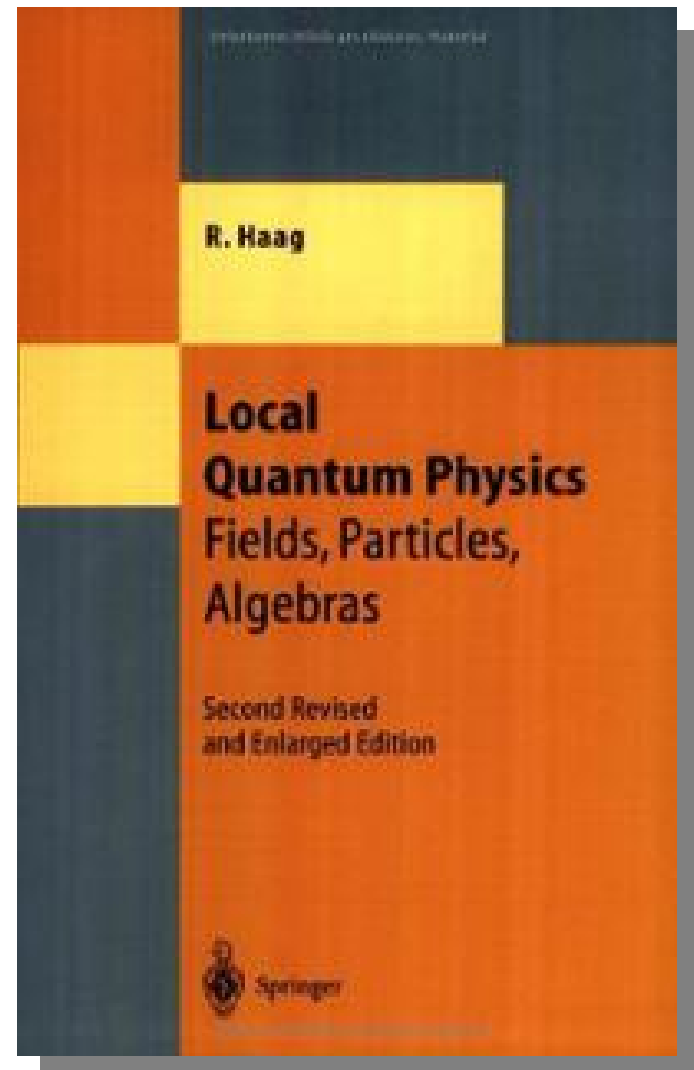
Standard Model Lagrangian Density

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^\alpha \partial_\nu g_\mu^\alpha - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e + \\
 & \frac{1}{2}ig_s^2 (\bar{q}_i^\alpha \gamma^\mu q_j^\beta) g_\mu^\alpha + G^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu G^a G^b g_\mu^c - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
 & M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - \\
 & \frac{1}{2}m_h^2 H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - M^2 \phi^+ \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \frac{1}{2c_w} M \phi^0 \phi^0 - \beta_h \left[\frac{2M^2}{g^2} + \right. \\
 & \left. \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right] + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - igc_w [\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
 & W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\mu W_\nu^- - W_\mu^- \partial_\mu W_\nu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
 & W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)] - ig_s w [\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\mu W_\nu^- - \\
 & W_\nu^- \partial_\mu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)] - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \\
 & \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^- W_\nu^+ + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\nu^+ Z_\nu^0 W_\mu^- - Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\nu^+ W_\mu^-) + \\
 & g^2 s_w^2 (A_\mu W_\nu^+ A_\nu W_\mu^- - A_\mu A_\nu W_\nu^+ W_\mu^-) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
 & W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\nu^0 W_\nu^+ W_\mu^-) - g\alpha [H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-] - \\
 & \frac{1}{8}g^2 \alpha_h [H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2] - \\
 & gMW_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g\frac{M^2}{c_w} Z_\mu^0 H - \frac{1}{2}ig[W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - \\
 & W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)] + \frac{1}{2}g[W_\mu^+ (H\partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) - W_\mu^- (H\partial_\mu \phi^+ - \\
 & \phi^+ \partial_\mu H)] + \frac{1}{2}g\frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H\partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) - ig\frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \\
 & ig_s w MA_\mu (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - ig\frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + \\
 & ig_s w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- [H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-] - \\
 & \frac{1}{4}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 [H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-] - \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w^2} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
 & W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w^2} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
 & W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{2c_w}{2c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
 & g^1 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- - \bar{e}^\lambda (\gamma \partial + m_e) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda \gamma \partial \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma \partial + m_u) u_j^\lambda - \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + \\
 & m_d) d_j^\lambda + ig_s w A_\mu [-(\bar{e}^\lambda \gamma e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma d_j^\lambda)] + \frac{ig}{2c_w} Z_\mu^0 [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \\
 & \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - 1 - \gamma^5) u_j^\lambda) + \\
 & (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 - \gamma^5) d_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \\
 & \gamma^5) C_{\lambda c} d_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- [(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda c}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_j^\lambda)] + \\
 & \frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_h^2}{M} [-\phi^+ (\bar{\nu}^\lambda (1 - \gamma^5) e^\lambda) + \phi^- (\bar{e}^\lambda (1 + \gamma^5) \nu^\lambda)] - \frac{g}{2} \frac{m_h^2}{M} [H(\bar{e}^\lambda e^\lambda) + \\
 & i\phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda)] + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ [-m_d^2 (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda c} (1 - \gamma^5) d_j^\lambda) + m_u^2 (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda c} (1 + \\
 & \gamma^5) d_j^\lambda)] + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- [m_u^2 (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda c}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\lambda) - m_d^2 (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda c}^\dagger (1 - \gamma^5) u_j^\lambda)] - \\
 & \frac{g}{2} \frac{m_h^2}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \frac{g}{2} \frac{m_h^2}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_h^2}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_h^2}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \\
 & \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + \\
 & igc_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + ig_s w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + \\
 & igc_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + ig_s w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \partial_\mu \bar{Y} X^+) + \\
 & igc_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^- - \partial_\mu \bar{X}^- X^+) + ig_s w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^- - \partial_\mu \bar{X}^- X^+) - \\
 & \frac{1}{2}gM[\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w} \bar{X}^0 X^0 H] + \frac{1-2c_w^2}{2c_w} igM[\bar{X}^+ X^0 \phi^- - \\
 & \bar{X}^- X^0 \phi^+] + \frac{1}{2c_w} igM[\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + igMs_w[\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \\
 & \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \frac{1}{2}igM[\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0]
 \end{aligned}$$

La nostra attività di ricerca

Quattro principali temi:

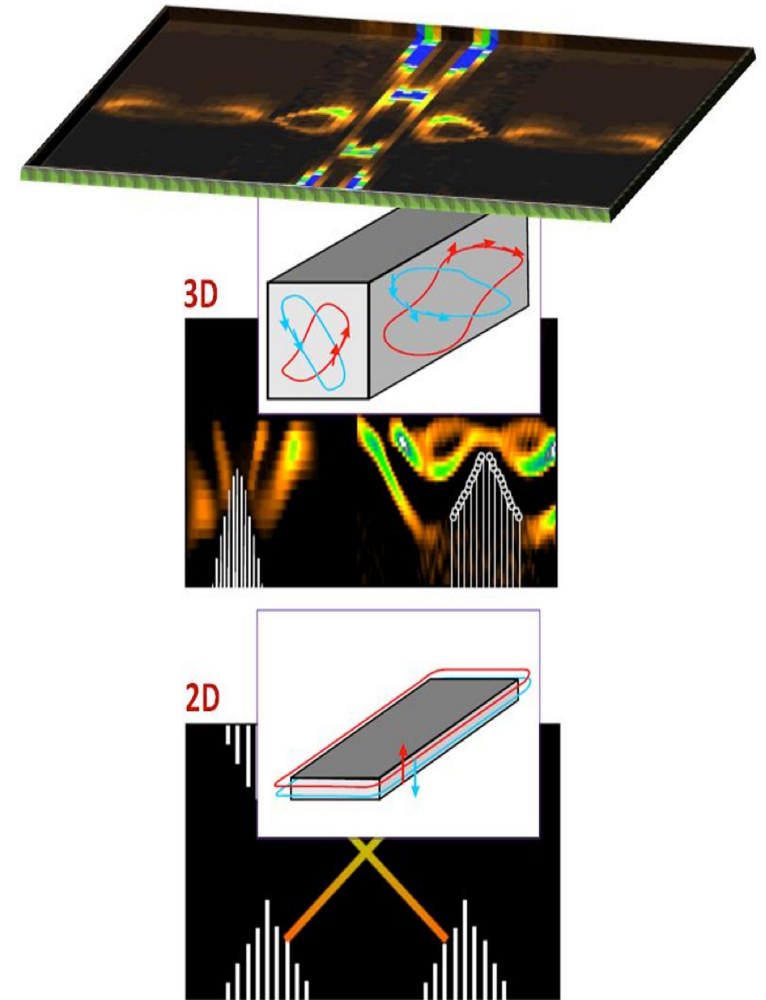
- I. Teoria dei campi algebrica –
aspetti costruttivi/matematici
- II. Applicazioni in cosmologia
- III. Teorie topologiche di campo
– sistemi condensati
- IV. Metodi geometrici in fisica –
flussi di Ricci ed applicazioni
in cosmologia



La teoria di Einstein in 2+1 dim.

- Equivale ad una teoria di gauge (G=SO(2,1))
- Ha osservabili di natura topologica
- E' quantizzabile con il metodo del path-integral (misura a parte)
- E' utile nel descrivere il comportamento microscopico di nuovi materiali: *gli isolanti topologici*

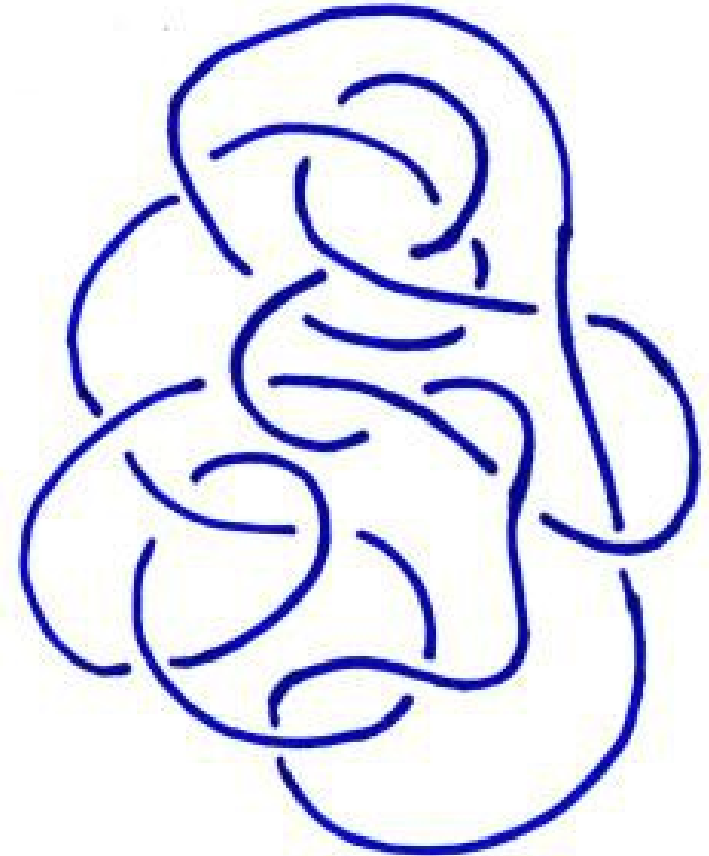
$$S = \frac{k}{4\pi} \int \varepsilon^{\lambda\mu\nu} \text{Tr} \left(A_\lambda \partial_\mu A_\nu + \frac{2}{3} A_\lambda A_\mu A_\nu \right)$$



Cosa si osserva in quei materiali.

Osservabili di tipo topologico sono legate

- ai **nodi** (in spazi ambiente 3d)
- alle **trecce** (traettorie intrecciate di particelle in 2+1 dimensioni)



Argomenti di Tesi

1. Teoria di Chern--Simons, altre teorie topologiche e teorie geometriche "di bordo"
 - Funzionali quantistici in spazi ambiente continui/discretizzati
 - Gruppo delle trecce e rappresentazioni unitarie
 - Algoritmi per il calcolo di invarianti topologici
2. Sviluppi teorici connessi a Chern-Simons vista come teoria che emerge a basse energie in
 - nuovi materiali (isolanti topologici, grafene)
 - computazione quantistica

Teoria dei campi algebrica perchè?

Avete mai pensato che:

- avete imparato (spero) una formulazione assiomatica della QM.
- Sapete cosa potete fare/osservare e cosa sia lo stato di un sistema.

Domandatevi

- Quante e quali sono le quantità osservabili in una teoria di campo?
- Cosa è uno stato del sistema? Quanti? Servono a qualcosa?
- Ma c'è una formulazione assiomatica delle teorie di campo? Serve?

Teoria dei campi algebrica cosa è?

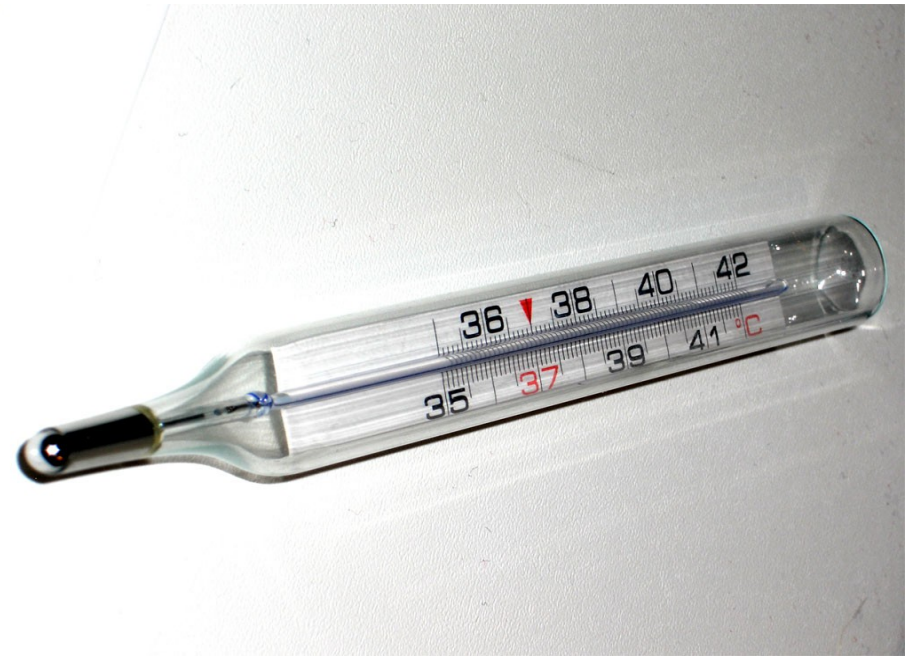
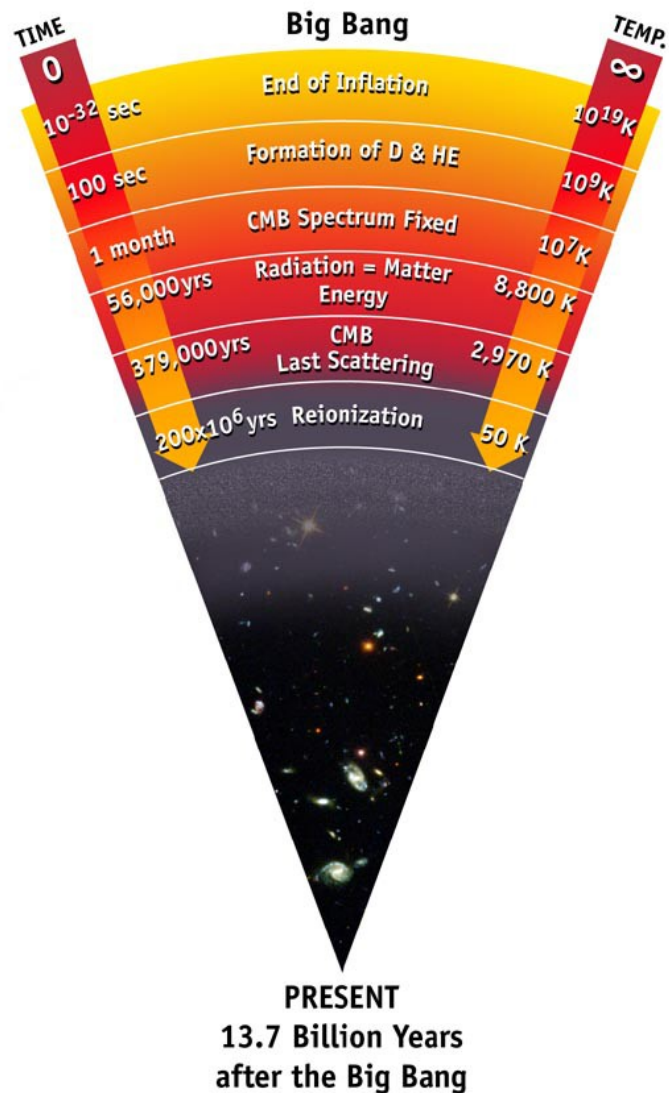
È una formulazione assiomatica (non è il contrario di „utile/esplicito“)

- Si associa ad ogni sistema un'algebra di osservabili
- Fornisce criteri per selezionare stati quantistici „fisici“

VANTAGGI

1. E' **l'unica** formulazione che funziona anche su spaziotempi curvi
2. Implementa **automaticamente** la località e la covarianza
3. **Riproduce** tutti i risultati e le tecniche note su Minkowski
4. Fornisce un formalismo rigoroso per la regolarizzazione e la rinormalizzazione.... **unifica tutti gli schemi!**

Cosmologia e QFT



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Le domande che ci poniamo

La cosmologia „moderna“ è come un adolescente, a metà fra la maturità e l'immaturità.

1. Che cosa è la **temperatura**? Non può venire dall'energia!

- Eppure è la base della radiazione cosmica di fondo (CMB)
- Ricordate che la distribuzione di Bose è un concetto legato ai modi... i modi esistono solo in Minkowski (trasf. di Fourier)

2. Che cosa è la **costante cosmologica**?

- Proviamo a fare per bene la rinormalizzazione in spazi curvi
- E se i campi sono quantistici cosa succede alle eq. di Einstein?

Che cosa è $|0\rangle$?

„La costante cosmologica è 120 ordini di grandezza inferiore alle fluttuazioni sul vuoto della densità di energia delle particelle del modello standard“

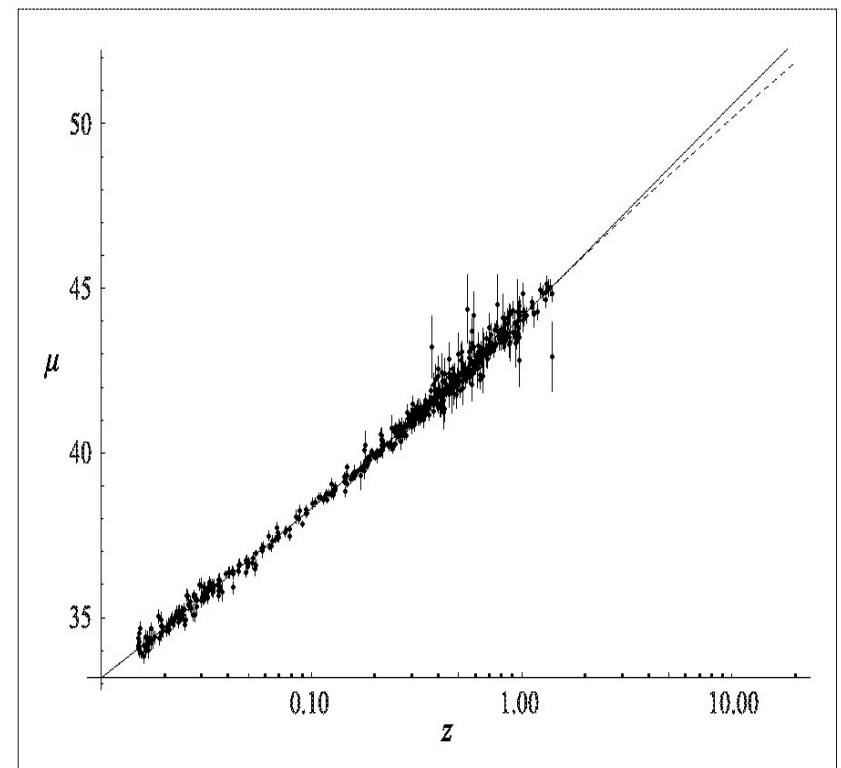
(cit. IL 99% dei testi introduttivi sulla costante cosmologica)

- **Che cosa è il vuoto?** Il famoso $|0\rangle$ è il vuoto di Poincaré, che esiste ed è unico in Minkowski... ma l'universo non è Minkowski
- Quali sono e come sono fatti gli stati quantistici „sensati“ non in Minkowski?
- Cosa vuole dire **regolarizzare e rinormalizzare** queste teorie?
- Cosa vuole dire fare i **polinomi di Wick** senza a ed a^* ?
- Cosa è una **distribuzione di Bose o di Fermi** se non ho la trasf. di Fourier?

Dove vorremmo arrivare?

Scopo delle nostre analisi è

- Studiare le eq. di Einstein con materia quantistica
- Studiare per benino gli effetti geometrici della rinormalizzazione
- Fare fisica... ossia ad arrivare ad un numero reale (finito)
- Ricordarsi che è tutto un gioco se non ci confrontiamo con gli esperimenti



Cosa dovete sapere per fare la tesi in fisica matematica?

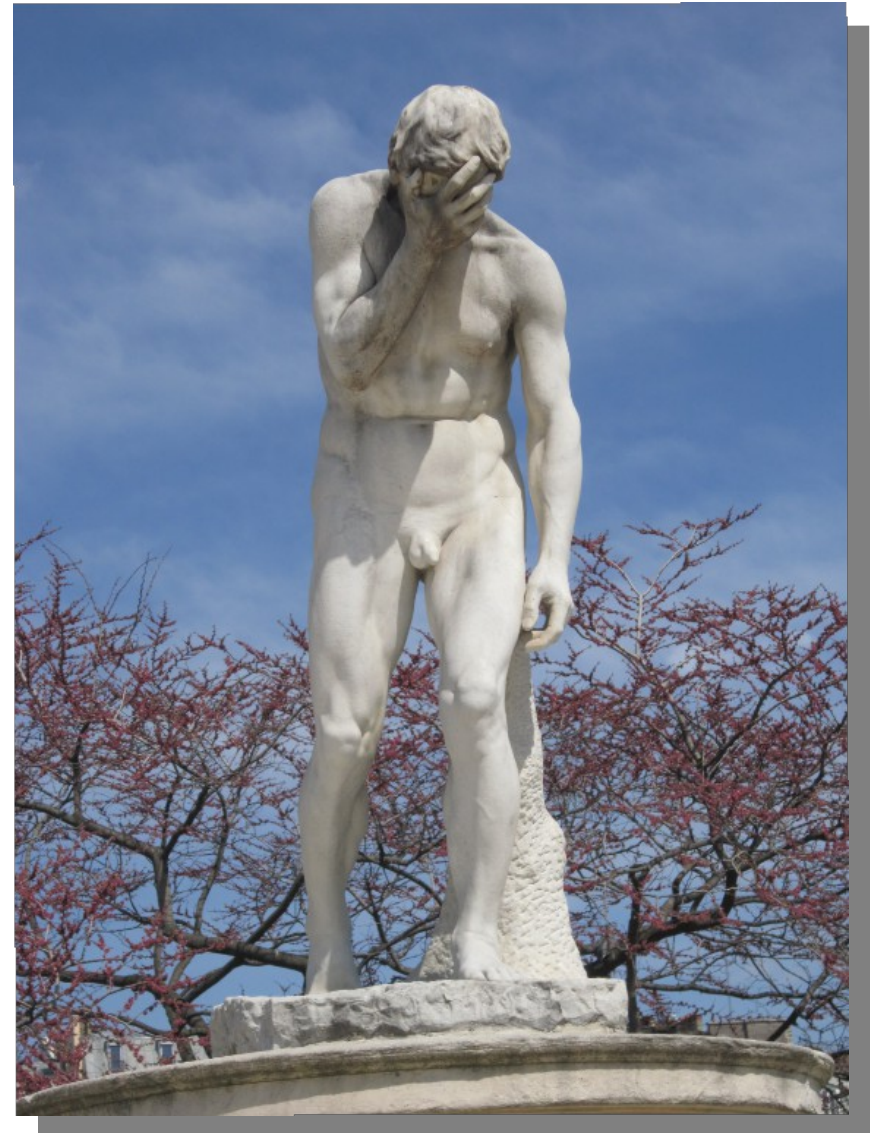
Per fare una tesi in fisica matematica, gli ingredienti sono:

- Seguire almeno i corsi di „teoria dei campi“ e di „relatività generale“
- Sono utili ma non essenziali „analisi funzionale“ e „metodi 3“
- E' imperativa la consapevolezza che dovrete imparare ancora tanto. Questi nomi li sognerete ...
 - Analisi microlocale (ho costruito un buono stato fisico?)
 - C^* -algebra delle osservabili (la mia osservabile è un buon operatore?)
 - Teoria delle categorie (dipende la fisica del mio sistema dalla varietà?)

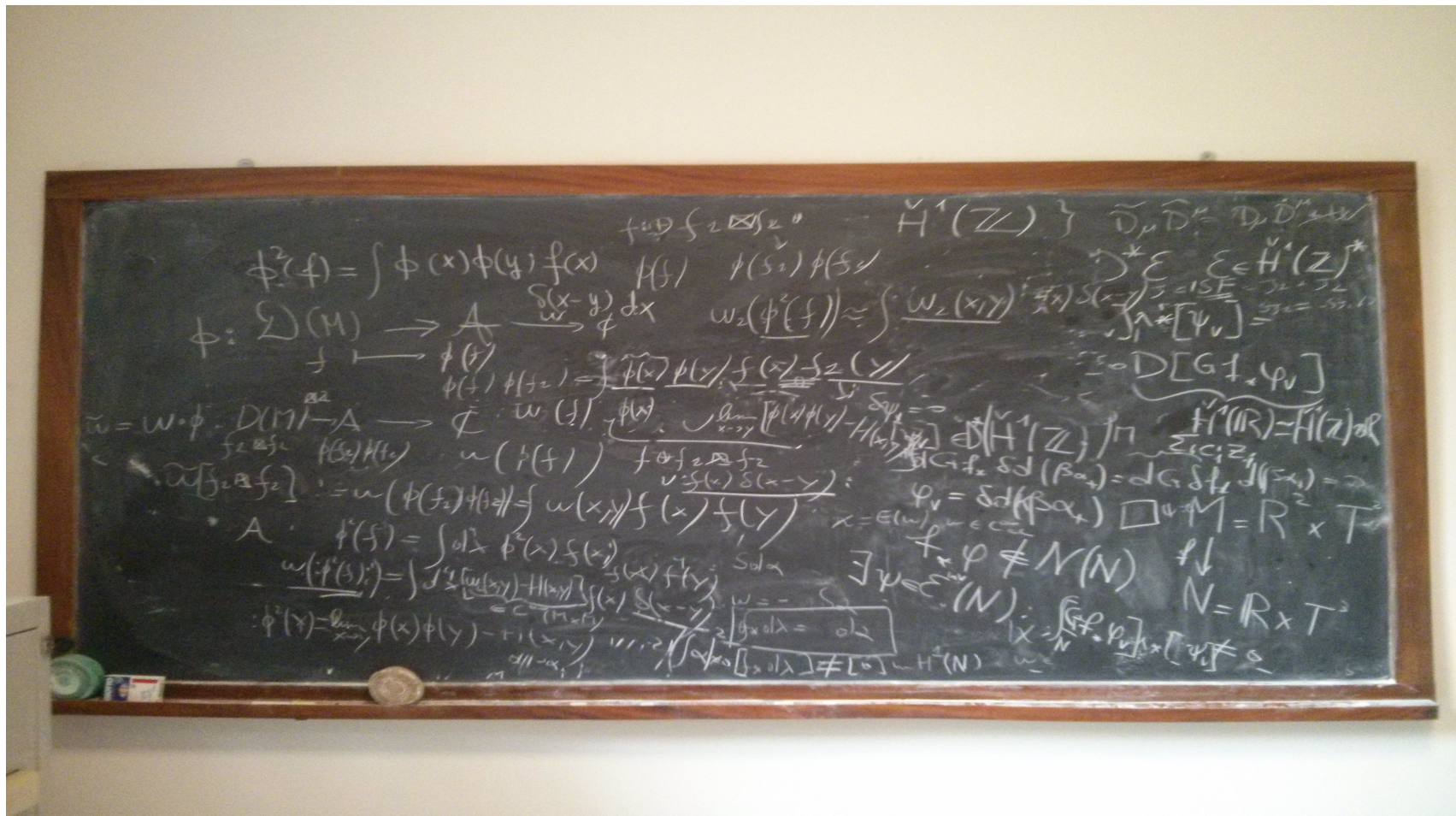
Una tesi in fisica matematica

Gli argomenti „hot“

- QFT in cosmologia ed eq. di Einstein semiclassiche
- Formulazione rigorosa delle teoria di campo e di gauge
- Costruzioni di stati quantistici „sensati“ (quelle cose che chiamate $|0\rangle\dots$)
- Studio rigoroso – formale di effetti tipo
 - Aharanov-Bohm ed effetti topologici
 - Effetto Casimir in configurazioni non standard
- Modelli discretizzati di Quantum Gravity
- Teorie topologiche di campo in sistemi condensati



La giornata tipo con noi



Lo scopo di una tesi con noi



- Sbattere per la prima volta la testa contro un problema di cui non si sa se esiste e come si costruisce la soluzione.
- Imparare a gestire la frustrazione
- Laurearsi entro il termine per non pagare le tasse
- Laurearsi in tempo per fare i concorsi di dottorato
- Acquisire tutte le carte in regola per fare un dottorato di ricerca ovunque!
- Inculcarsi in testa l'adagio „Hear all, trust nothing“ ... compreso anzi soprattutto riferito a quello che fate voi stessi!

In Conclusione....

Vi prometto

- Problemi stimolanti
- Un ambiente di ricerca interessato a quello che farete
- La possibilità di imparare tanto

Tuttavia

- Non è facile ...
- Penerete ... (ed io con voi)

Alla fine, per dirla alla
„Game of Thrones“...





FIRE AND BLOOD

